

量子光学课外作业-2:

1. 证明

$$a^\dagger |\alpha\rangle\langle\alpha| = \left(\alpha^* + \frac{\partial}{\partial\alpha} \right) |\alpha\rangle\langle\alpha|$$

$$|\alpha\rangle\langle\alpha| a = \left(\alpha + \frac{\partial}{\partial\alpha^*} \right) |\alpha\rangle\langle\alpha|$$

2. 证明平移算符在热光场中的平均值为

$$\langle D(\alpha) \rangle = \exp \left[-|\alpha|^2 \left(\langle n \rangle + \frac{1}{2} \right) \right]$$

其中 $\langle n \rangle$ 是光场的平均光子数。

3. 证明: $\Delta A \Delta B \geq | \langle [A, B] \rangle | / 2$, 其中 A 和 B 分别是两个厄米算符, 且 $(\Delta A)^2 = \langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle$.
4. 求 $|\Psi(t)\rangle = \exp [(ga^\dagger - g^*a)t]|0\rangle$ 的光子数态展开形式, 展开到 4 光子态。
5. 求热光场, 相干态, 光子数态 ($|n\rangle$) 的 $\langle n \rangle$, $\langle n^2 \rangle$ 以及二阶相关度 $g^{(2)}(0)$ 。
6. 求满足 Transform limit (or Fourier limit, Fourier transform limit) 高斯光束的 $\Delta\nu\Delta\tau$; 其中 $\Delta\nu$ 和 $\Delta\tau$ 分别是其以频率 ($\lambda\nu = c$) 和时间为坐标时光场强度的半高全宽。
7. 证明光场 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 是非经典场。其中 α 和 β 是复数, 并满足归一化条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。
8. 设有一个光场态的密度算符为:

$$\rho = N a^{\dagger m} e^{-\kappa a^\dagger a} a^m$$
, 其中 N 是归一化系数, $\kappa = \hbar\omega/k_B T$ 。
 - 1). 证明: 当 $\kappa \rightarrow +\infty$, 它是一个光子数态; 当 $\kappa \rightarrow 0$, 它是一个热光场态。
 - 2). 求 $g^{(2)}(0)$, 并证明当 $\bar{n} < \sqrt{\frac{m}{m+1}}$ 时是亚泊松分布, 其中 $\bar{n} = 1/[\exp(\kappa) - 1]$ 。
9. 试设计探测方式, 提高利用单光子探测器(探测效率 η)探测两个光子的成功率。例利用两个单光子探测器和平衡分束器(透射率和反射率均为 50%)探测成功率最高为 $\eta^2/2$ 。