8-02 波粒二象性

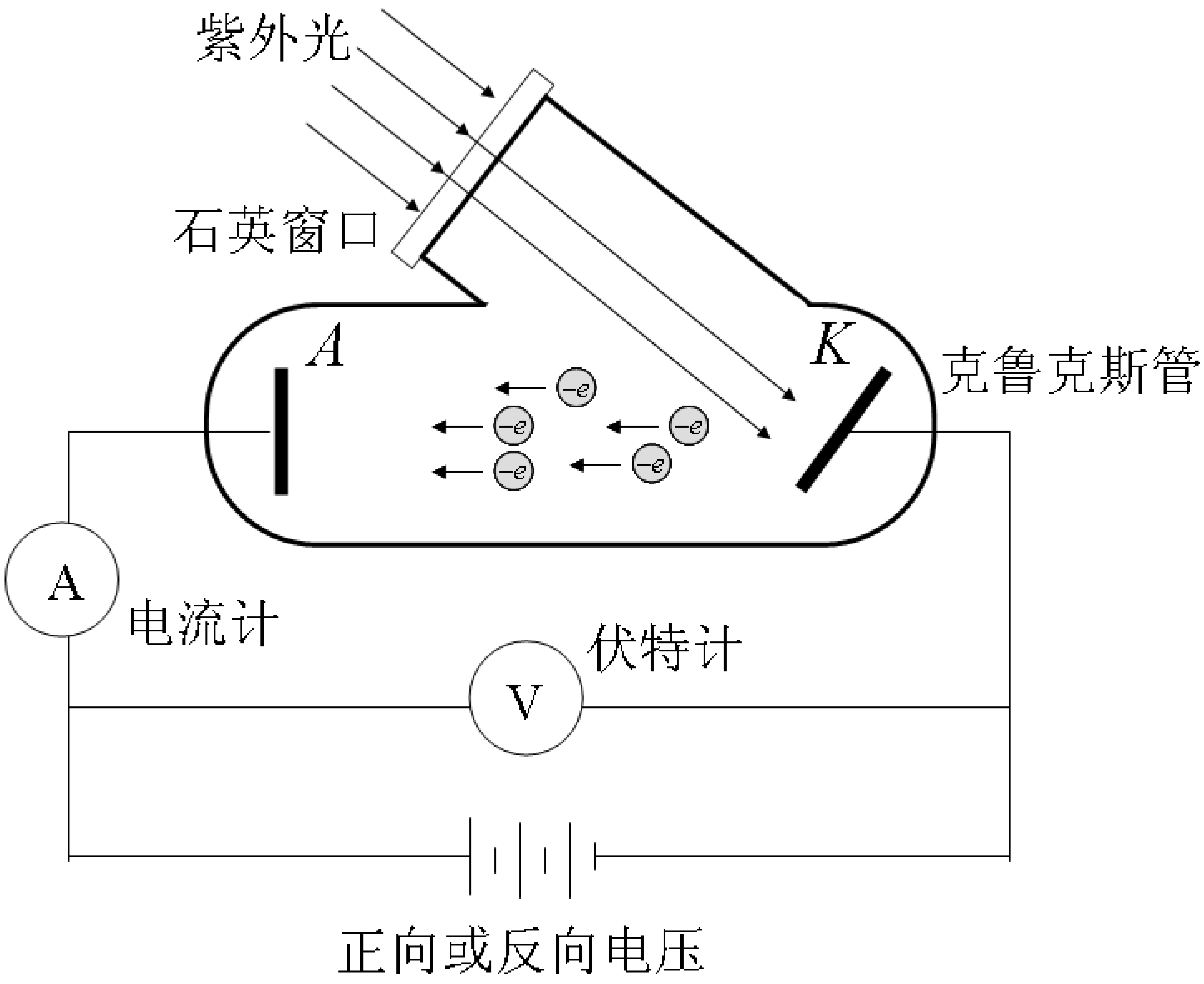
1. 光电效应
2. 康普顿效应
3. 粒子的波动性
4. 物质的波粒二象性
5. 不确定关系

1. 光电效应

- 在光的照射下，材料的电性质发生变化
- 1839年，Alexandre Edmond Becquerel注意到在导电液体中的电极，受到光的照射，会产生电流
- 1873年，英国的电力工程师Willoughby Smith（1828~1891）也发现硒在光照下会成为电的导体。
- 1887年，赫兹（M.Hertz）发现，两个锌质小球之一用紫外线照射，则在两个小球之间就非常容易跳过电花。

- 大约1900年，马克思·普朗克（Max Planck）对光电效应作出最初解释，并引出了光具有的能量包裹式能量（quantised）这一理论。他给这一理论归咎成一个等式，也就是 E=hf ，E就是光所具有的“包裹式”能量， h是一个常数，统称普朗克常数（Planck's constant），而f就是光源的频率。也就是说，光能的强弱是有其频率而决定的。但就是普朗克自己对于光线是包裹式的说法也不太肯定。
- 1902年，勒纳（Lenard)也对其进行了研究，指出光电效应是金属中的电子吸收了入射光的能量而从表面逸出的现象。但无法根据当时的理论加以解释 。
- 1905年，爱因斯坦26岁时提出光子假设，成功解释了光电效应，因此获得1921年诺贝尔物理奖。

光电效应的实验研究装置



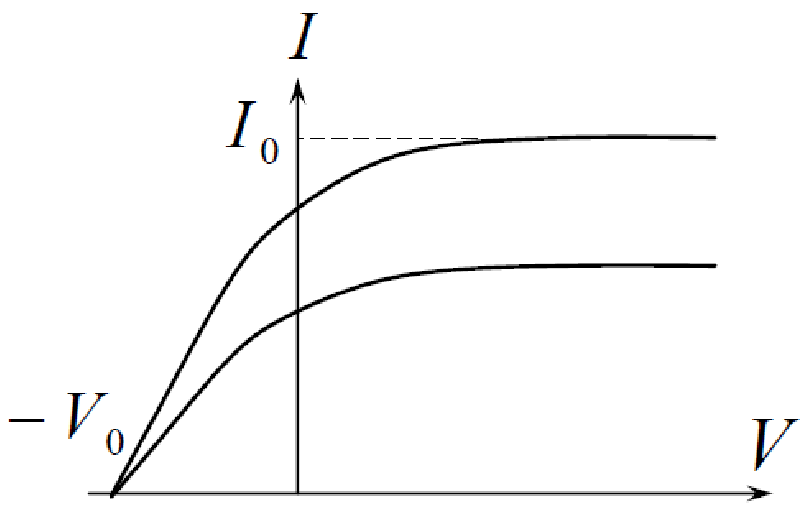
伏安特性的基本规律：

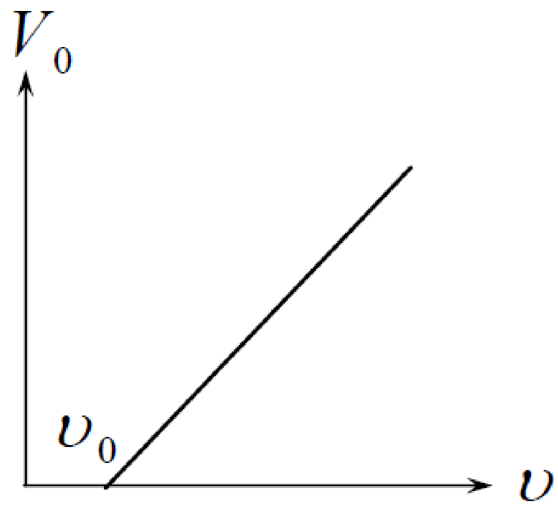
(1) 饱和电流 $\propto I_0$

(2) 遏制电位 V_0

(3) 截至频率 υ_0

(4) 弛豫时间 $10^{-9}s$





实验规律：

1. 每一种金属在产生光电效应是都存在一极限频率（或称截止频率,相应的波长被称做极限波长（或称红限波长）。当入射光的频率低于极限频率时，无论多强的光都无法使电子逸出。
2. 光电效应中产生的光电子的速度与光的频率有关，而与光强无关。
3. 光电效应的瞬时性。实验发现，只要光的频率高于金属的极限频率，光的亮度无论强弱，光子的产生都几乎是瞬时的，即几乎在照到金属时立即产生光电流。响应时间不超过十的负九次方秒（1ns）。
4. 入射光的强度只影响光电流的强弱，即只影响在单位时间内由单位面积是逸出的光电子数目。在光颜色不变的情况下，入射光越强，饱和电流越大，即一定颜色的光，入射光越强，一定时间内发射的电子数目越多

爱因斯坦对光电效应的解释

- 1905年,爱因斯坦用光量子假设进行了解释
- （1）电磁辐射由以光速c 运动的局限于空间某一小范围的光量子（光子）组成，每一个光量子的能量 ε 与辐射频率ν 的关系为 $\varepsilon = h\nu$（其中h 是普朗克常数）。
- （2）光量子具有“整体性”，一个光子只能整个地被电子吸收或放出。

Albert Einstein
1879~1955
1905年用光量子假说解释光电效应

材料脱出功：　A

电子的能量：　$W = \frac{1}{2} m v_0 + A = eV_0 + A$

波动说面临的矛盾：

(1) W与光强无关

(2) 截至频率 *vs* 光强

(3) 弛豫时间

光量子假设（**A. Einstein，1905**）：

$$h\upsilon = \frac{1}{2} m v_0 + A = eV_0 + A$$

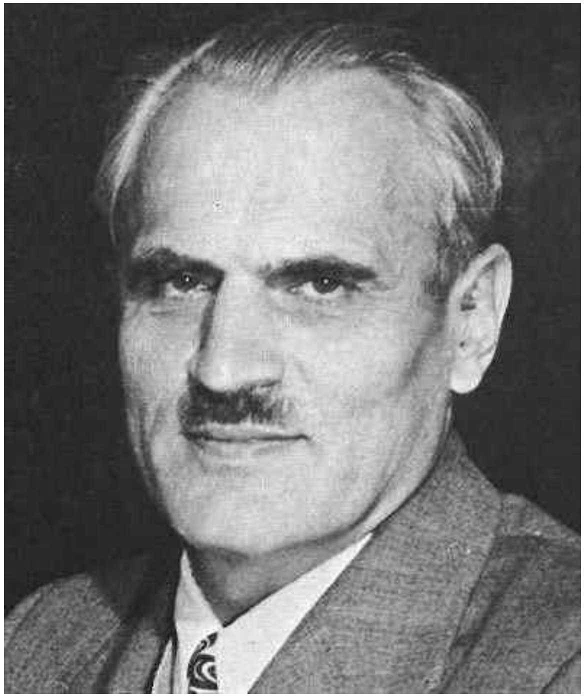
V_0对υ 的斜率为$\frac{h}{e}$，用于h 的测量

粒子→有无与光强无关、有截止频率、时间响应极快

普朗克授予爱因斯坦“马克斯-普朗克奖章”，1929年6月28日，柏林

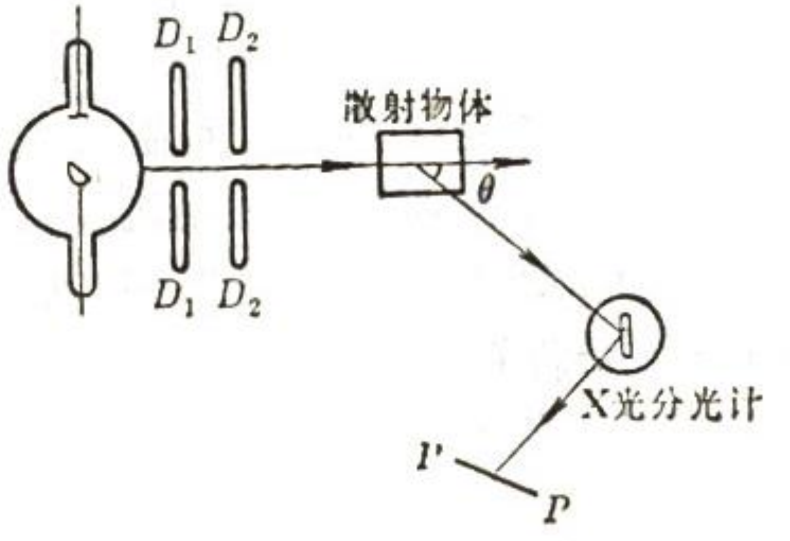
2. 康普顿效应

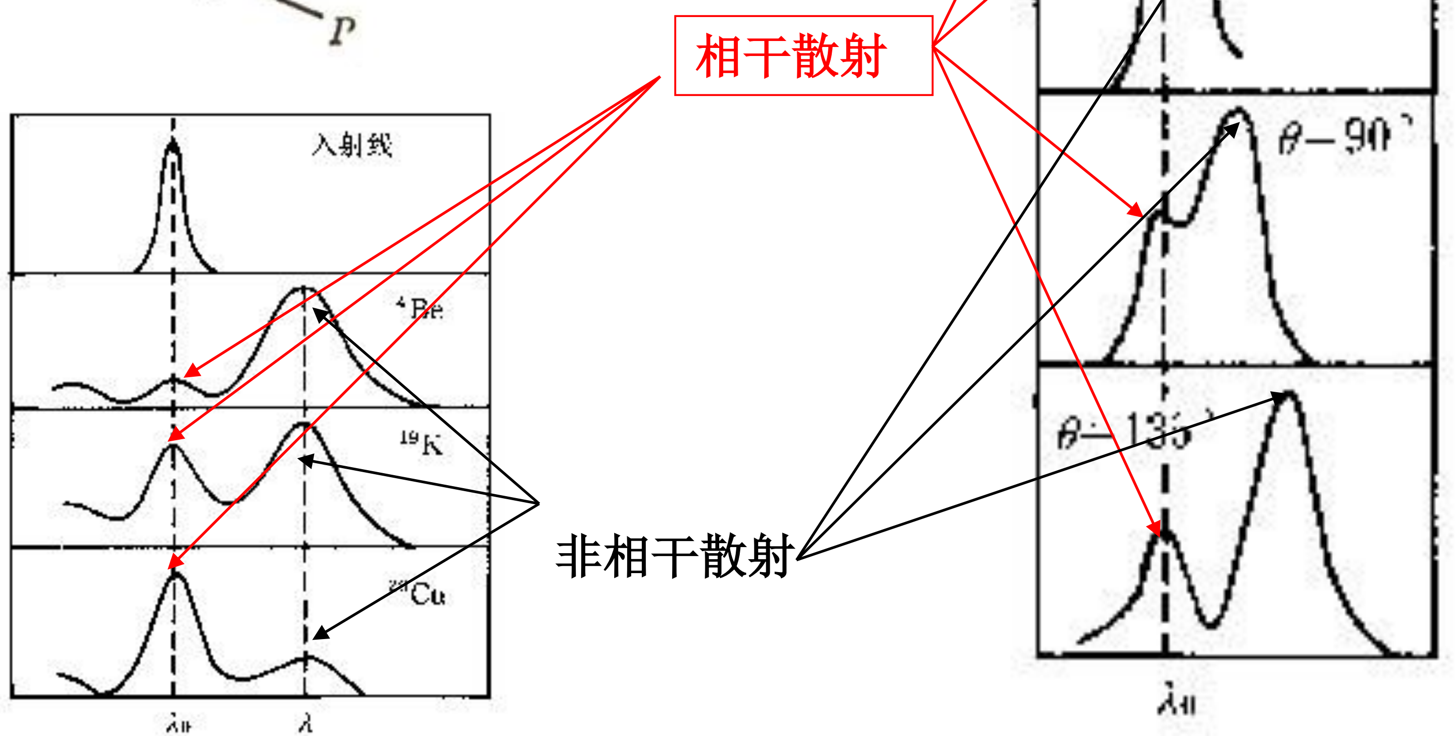
- Compton散射（1921年）
- 散射光中，一部分波长不变，是相干散射；另一部分波长变长，是非相干散射
- 在不同的角度上，非相干散射的波长改变不同
- 在同一角度上，不同的元素非相干散射所占的比例不同
- 上述实验现象称作康普顿效应



Arthur Holly Compton
1892～1962
1921年在实验中证明了X射线的粒子性

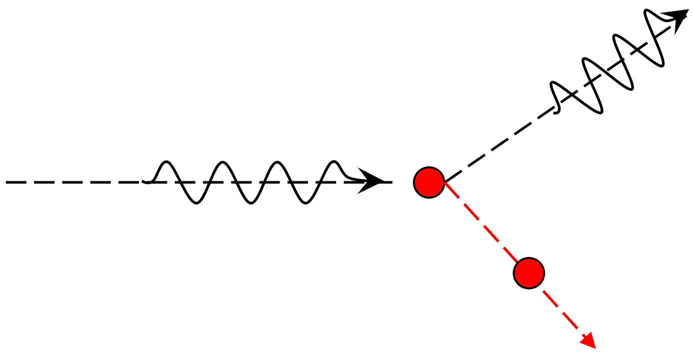
不同角度的散射

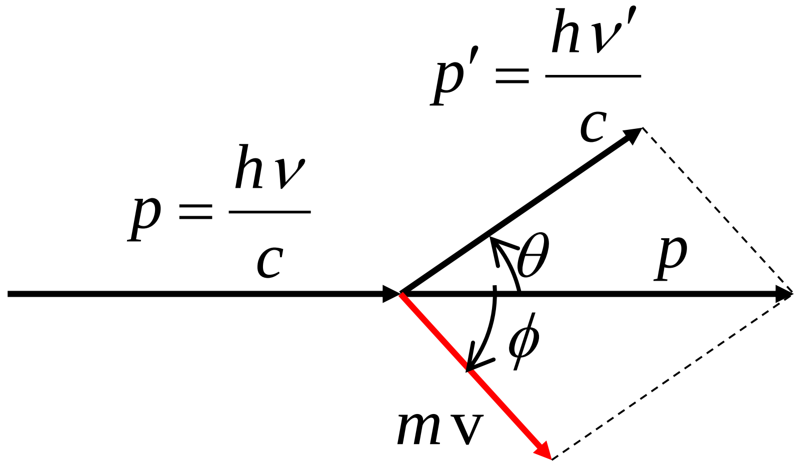




不同元素的散射

X射线光子在与电子的碰撞过程中，动量和能量是守恒的，弹性散射





$$\begin{cases} h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + mc^2 \\ \boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}' + m\boldsymbol{v} \end{cases}$$

$$mc^2 = h\nu - h\nu' + m_0 c^2$$

$$(m\mathrm{v})^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\theta$$

$$m^2c^4 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' + m_0^2c^4 + 2m_0c^2h(\nu - \nu')$$

$$m^2c^2\mathrm{v}^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu'\cos\theta$$

$$m^2[1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}]c^4 = m_0^2c^4 - 2h^2\nu\nu'(1 - \cos\theta) + 2m_0hc^2(\nu - \nu')$$

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}} \qquad m\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}} = m_0$$

$$m_0^2c^4 = m_0^2c^4 - 2h^2\nu\nu'(1 - \cos\theta) + 2m_0hc^2(\nu - \nu')$$

$$0 = -2h^2\nu\nu'(1-\cos\theta) + 2m_0 hc^2(\nu - \nu')$$

$$h\nu\nu'(1-\cos\theta) = m_0 c^2(\nu - \nu')$$

$$\frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu}$$

$$\frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \lambda' - \lambda$$

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1-\cos\theta)$$

$$\lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 0.0242621\,\mathring{\mathrm{A}}$$

Compton波长，对应于静止电子的波长

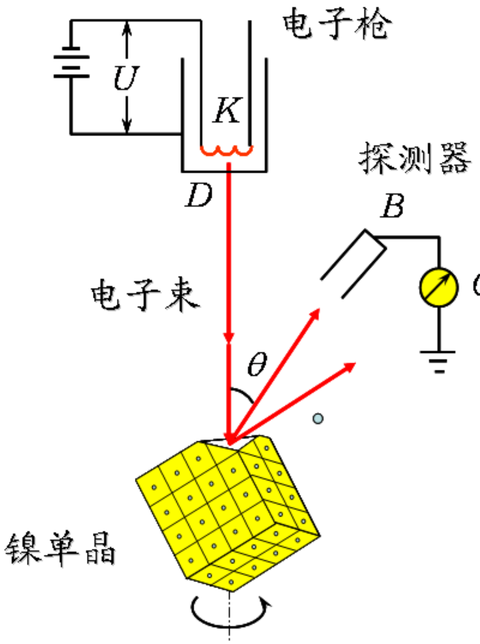
3. 粒子的波动性

- de Broglie物质波
- 1924年，de Broglie将Einstein的光量子概念推广，提出了物质波的概念
- 所有的波都具有粒子性
- 所有的粒子都具有波动性
- $\lambda = h / p$
- $p = mv/(1-v^2/c^2)^{1/2}$
- **不能将物质的运动和波的传播分开。**

Prince Louis-victor de Broglie
1892-1987

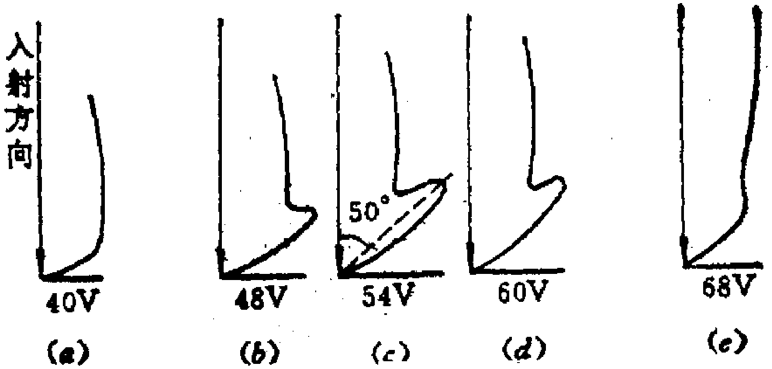
电子的波动性

- Davison－Germer实验（1927）电子从晶体表面的反射，呈现波动的衍射特征

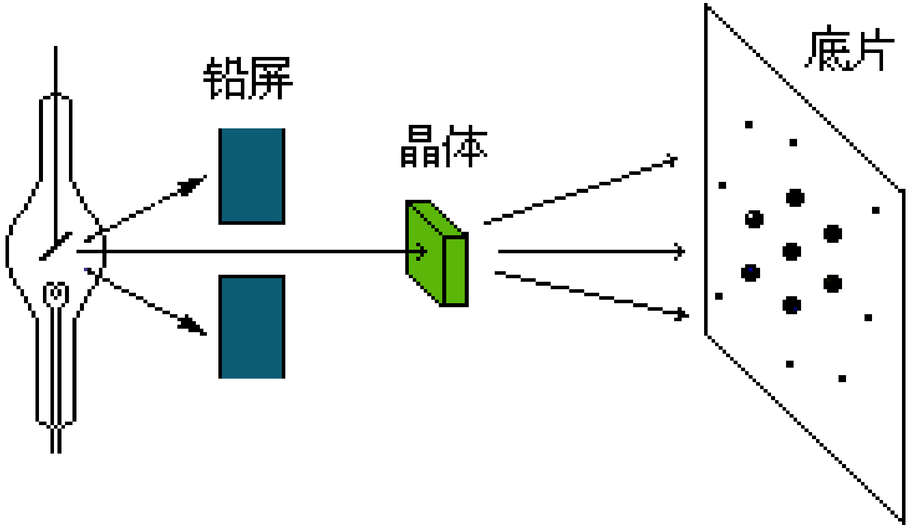


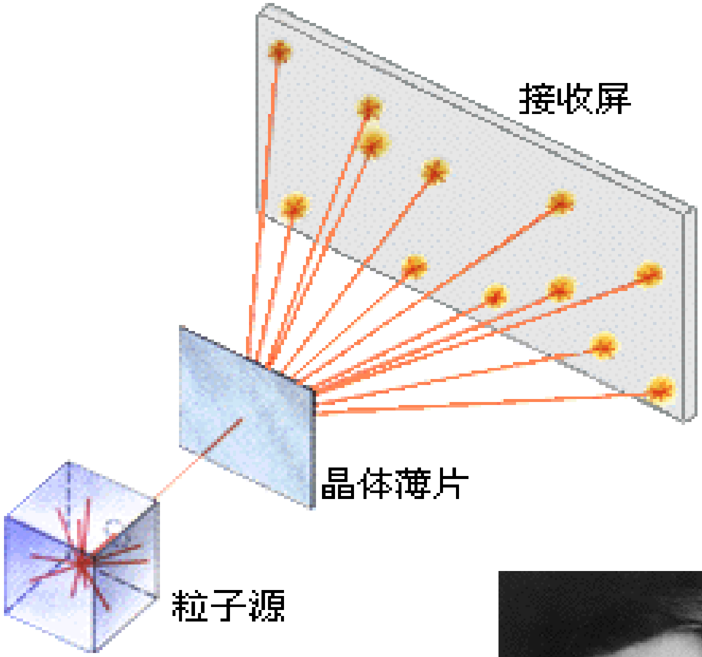
Clinton Joseph Davisson 1881～1958

Lester Halbert Germer 1896～1971

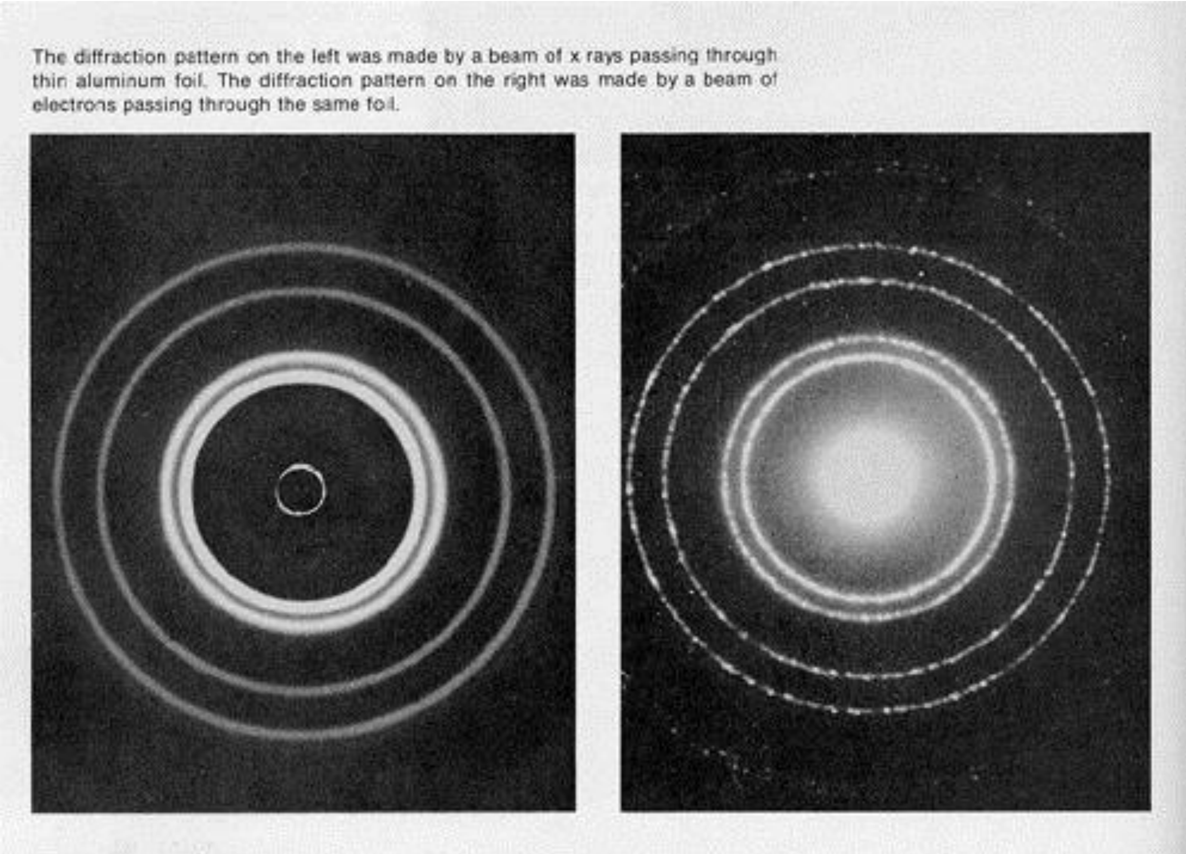


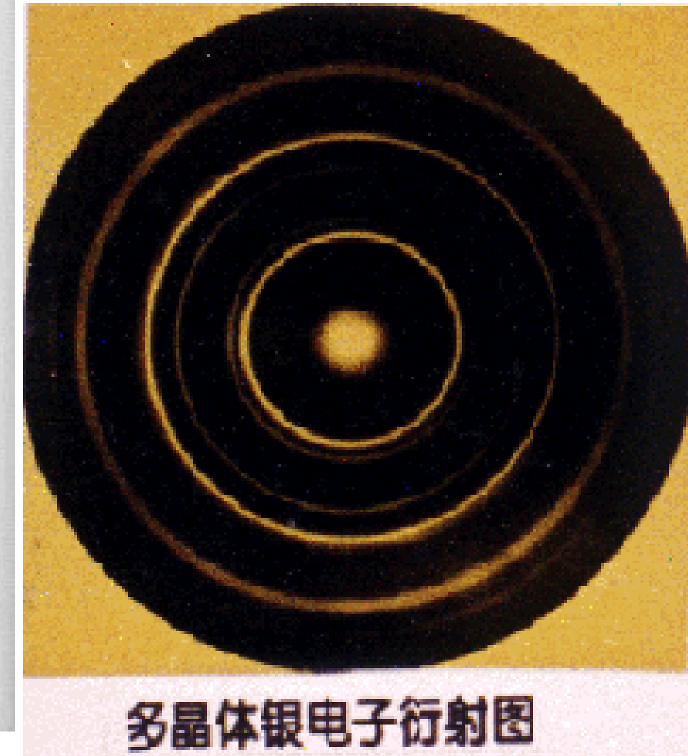
- Thomson实验（1927）——电子透过晶体薄膜的透射现象





G. P. Thomson

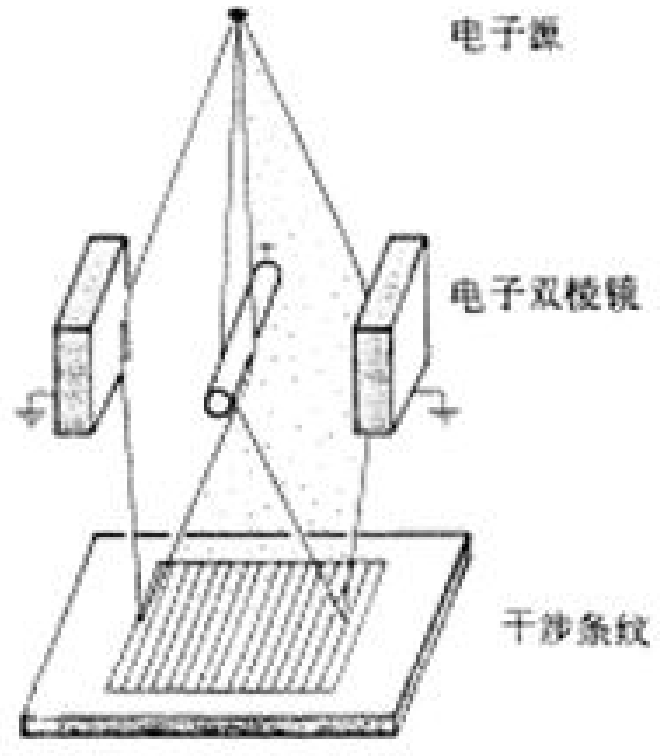




X-Ray在铝箔上的衍射　电子在铝箔上的衍射

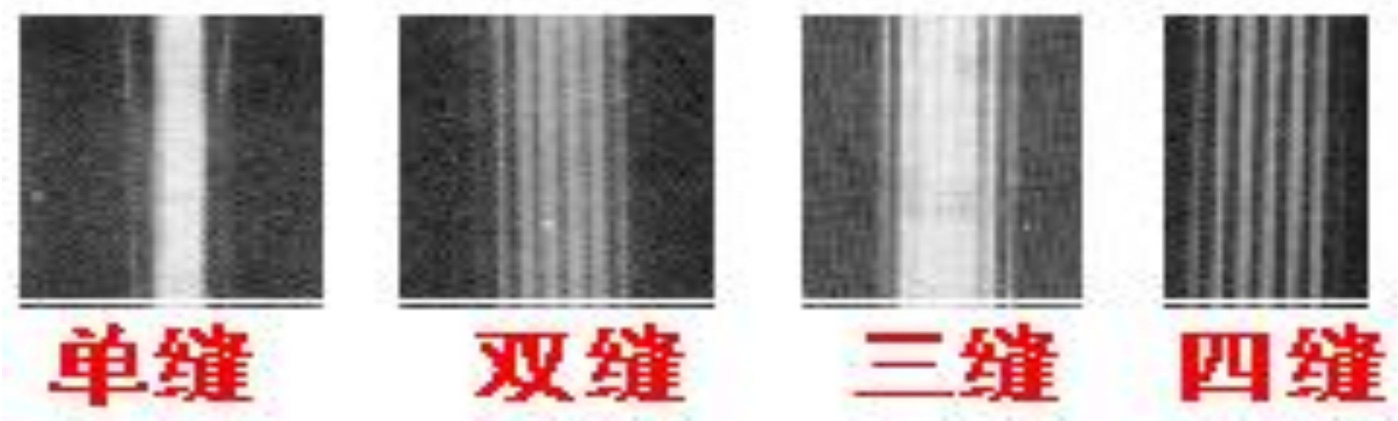
电子的干涉

- 1950s，德国Tübingen大学的Gottfried Möllenstedt等利用“电子双棱镜”首先观察到了电子的干涉



约恩逊(Claus Jönsson)实验（1961年）

- 电子的单缝、双缝、三缝和四缝衍射实验

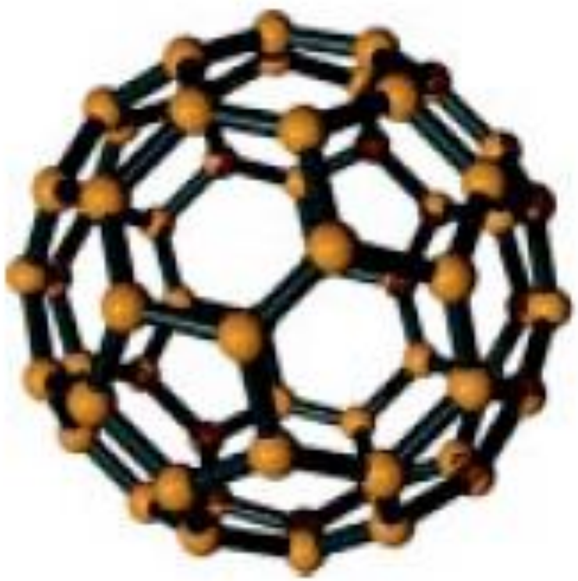


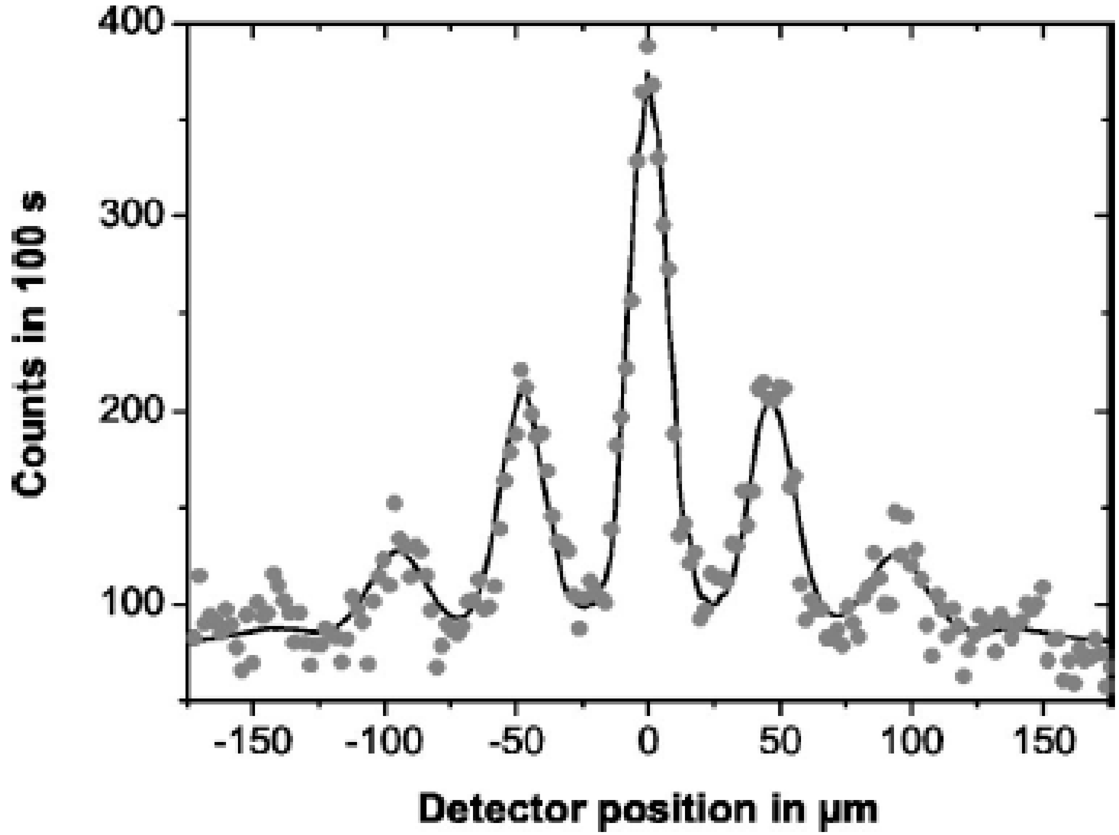
基本数据

$a = 0.3\mu\text{m} \quad d = 1\mu\text{m}$

$V = 50\text{kV} \quad \lambda = 0.05\,\text{Å}$

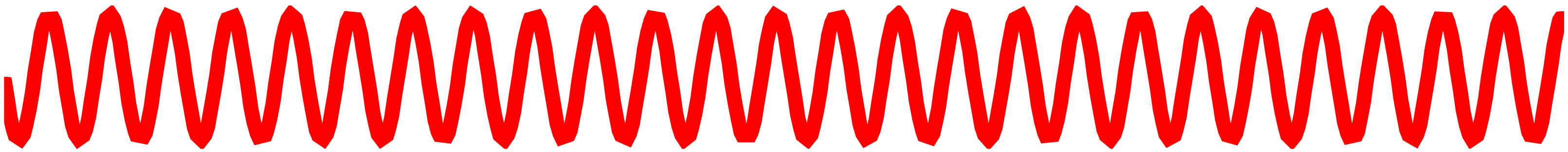
分子的衍射




400
300
200
100
Counts in 100 s
-150
-100
-50
0
50
100
150
Detector position in μm

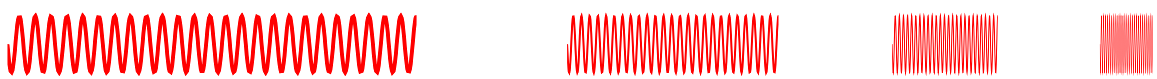
4.物质的波粒二象性

- 光子能量：$\varepsilon = h\nu$
- 光子质量： $\mathrm{m} = h\nu/c^2$
- 光子动量：$p = \varepsilon/c = h\nu/c = h/\lambda$
- 粒子性 ：一个光子是一个不可分割的主体
- 波动性： 具有波的特征，$\lambda = h/p$
- 光同时具有波动性和粒子性



- 宏观粒子的波动性
- 如果波长太大，在有限的空间尺度内无法测量物理量的周期性变化

- **如果波长太小，用现有仪器无法分辨物理量的周期性变化**



宏观微粒 $p = mv = (1\times10^{-6}\,\mathrm{kg})(1\times10^{-6}\,\mathrm{m/s}) = 1\times10^{-12}\,\mathrm{Js/m}$

$$\lambda = h/p = 6.63\times10^{-34}\,\mathrm{Js}/(1\times10^{-12}\,\mathrm{Js/m}) \approx 10^{-22}\,\mathrm{m}$$

波粒二象性是量子力学的基础

- 波粒二象性是建立在物理实验、特别是光学实验的基础之上的
- 从波粒二象性出发，可以自然得到物质的量子态、不确定关系、态叠加原理、Schrödinger方程，……
- 光学是经典物理学向近代物理学（Modern Physics，包括量子论和相对论）过渡和发展的纽带和桥梁

5. 不确定关系

- 经典粒子：可以同时有确定的位置、速度、动量、能量……
- 经典波：有确定的波长，但总是在空间扩展，没有确定的位置
- 波粒二象性：不可能同时具有确定的位置和动量。

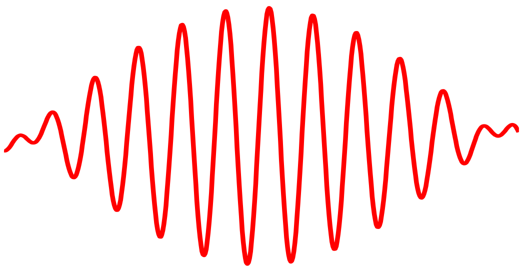
Werner Karl Heisenberg
1901～1976
1925年建立了量子理论第一个数学描述——矩阵力学
1927年阐述了著名的不确定关系

几个典型的例子

1、自由粒子

- 运动状况不受限制的粒子
- 可以在空间任意位置出现，即位置是完全无法确定的
- 速度不变，即动量不变，是一个完全确定的值
- $\lambda = h / p$，波长是完全确定的，即单色波
- 单色波是一个在空间无限长的波列
- 动量完全确定，则位置完全不确定

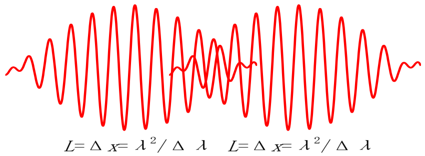
2、波包



- 是非单色波的叠加
- 在空间是有限长的波列$L>\lambda^2/\Delta\lambda$
- 将其视为粒子，该粒子在空间可能出现的区域，即位置的不确定范围$\Delta x=L$
- 动量的不确定范围

$$\Delta p=\Delta(h/\lambda)=h\Delta\lambda/\lambda^2$$

$$\Delta x\Delta p>\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}\frac{h\Delta\lambda}{\lambda^2}=h \qquad \Delta x\Delta p>h$$



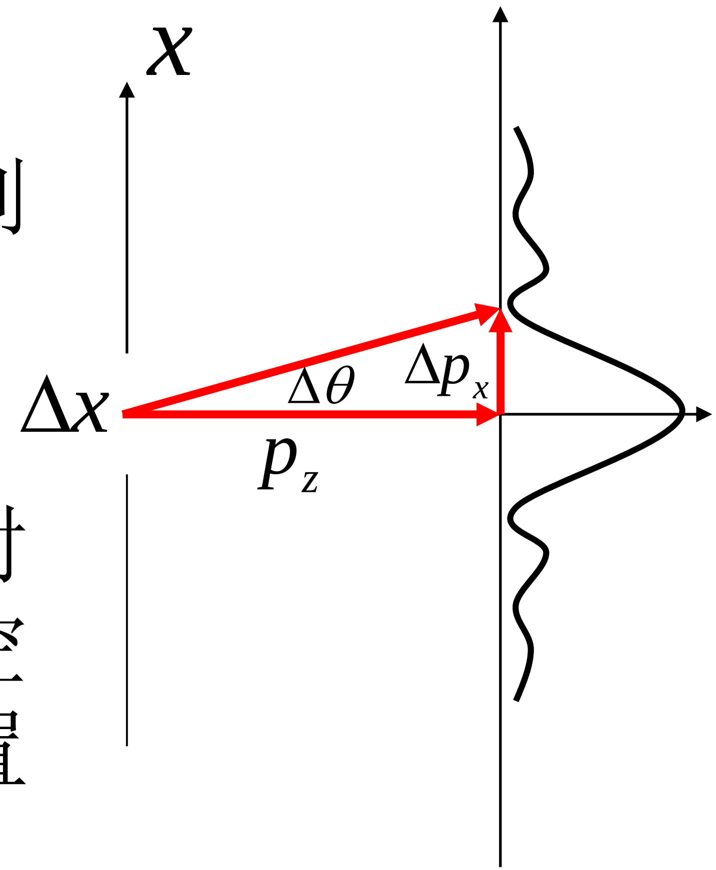
3、光的时间相干性，即波包的时间相干性

- 时刻t，中心频率为v 的波包在空间某一点
- 中心频率对应的能量 $E=hv=hc/\lambda$
- 波包能量的不确定度为$\Delta E=hc\,\Delta\lambda/\lambda^2$
- 波包传播过空间一点的时间为$\Delta t>\lambda^2/(\Delta\lambda c)$
- 即：粒子的能量在$E\mp\Delta E/2$范围内，且处于该状态的时间为Δt

$$\Delta E\Delta t>\frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda c}=h \qquad \Delta E\Delta t>h$$

4、单缝衍射

- 衍射后的粒子至少要散布到中央主极大的范围中
- $\boldsymbol{\Delta\theta > \lambda / a}$
- 粒子通过狭缝才能发生衍射，能通过狭缝的粒子，其空间位置的分布范围，即位置的不确定度$\boldsymbol{\Delta x = a}$



- 动量的不确定范围 $\Delta p_x = p_z \Delta\theta > \frac{h}{\lambda}\frac{\lambda}{b} = \frac{h}{\Delta x}$

$$\Delta x \Delta p_x > h$$

不确定关系的严格表述

- 空间位置与动量的不确定关系

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

- **能量与时间的不确定关系**

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

p.289: 1, 2, 3, 5, 7