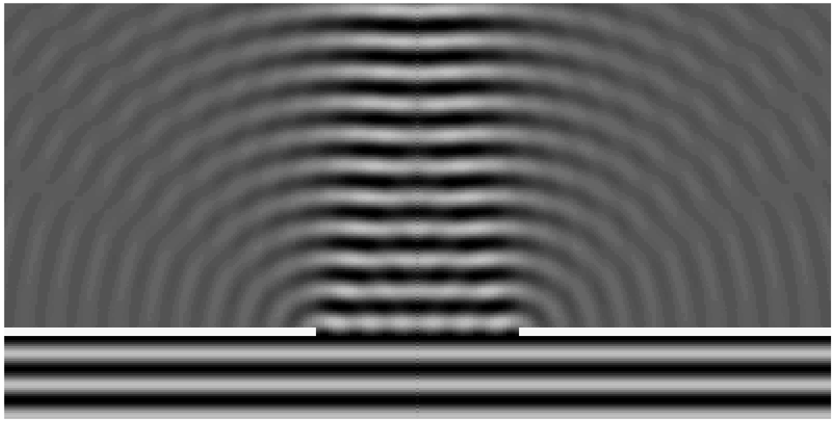
第四章：光的衍射

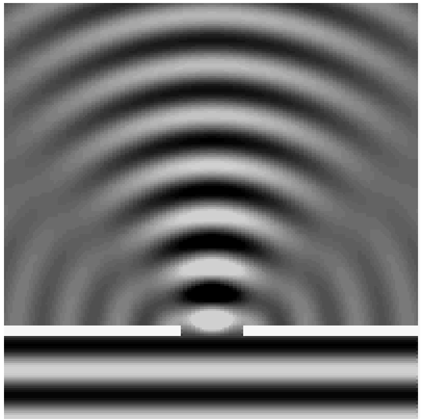
4-01 光的衍射现象和惠更斯-费涅耳原理

1. 光的衍射现象
2. 惠更斯-费涅耳（Huggens-Fresnel，1818）原理
基尔霍夫（G. Kirchhoff，1882）边界条件
3. 巴俾涅（A. Babinet，1837）原理
4. 衍射的分类

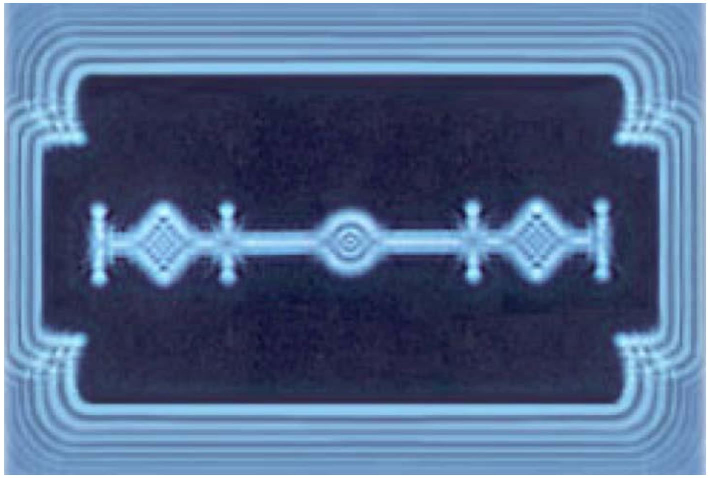
1. 光的衍射(Diffraction)现象

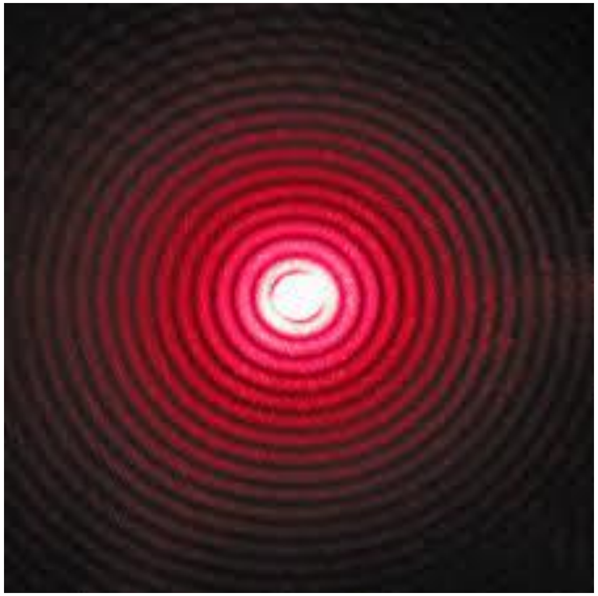
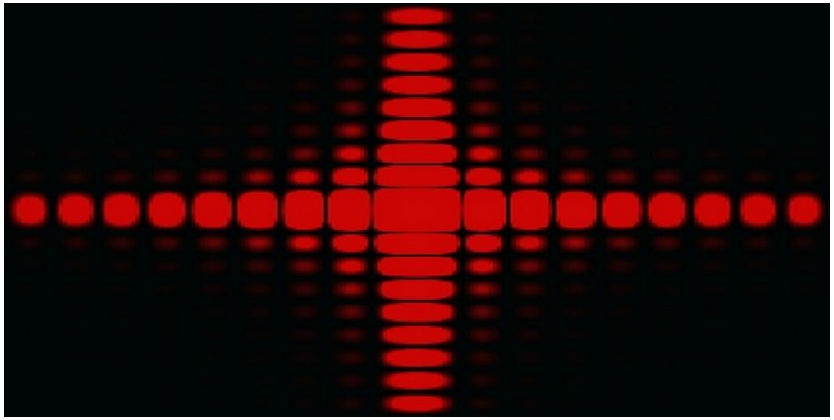
波的衍射：当波动遇到障碍时，能够绕过障碍物，并在其后的几何阴影区内造成一定的强度分布，这种偏离直线传播的现象称为衍射。（不能用反射、折射解释的绕射现象）



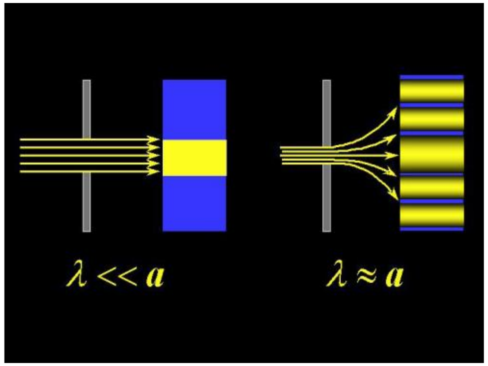


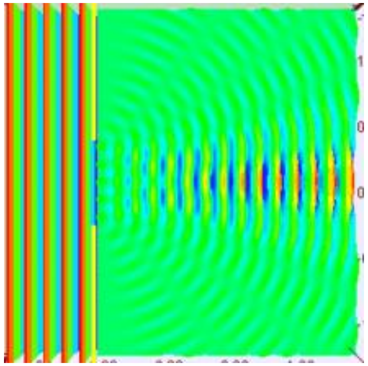
水波的衍射

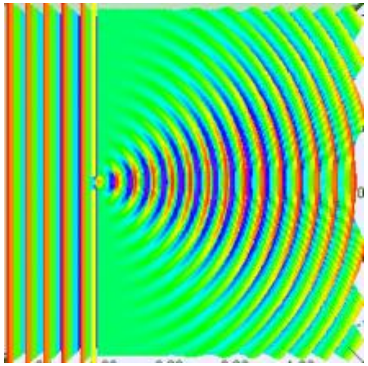


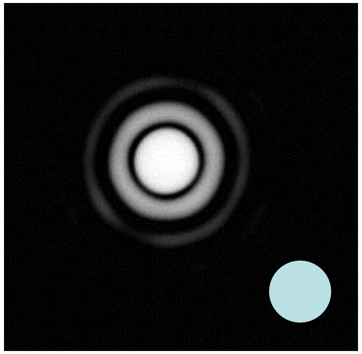



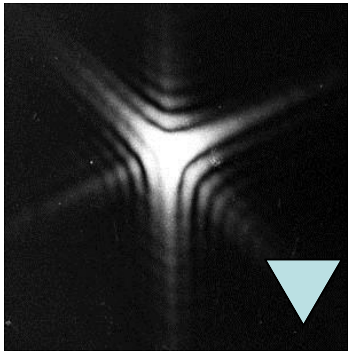
1. 明显的衍射现象要求障碍物的尺度合适（10^3 ~10λ），太大向直线传播过渡，太小向散射过渡。
2. 一般说来，在什么方向上限制波动，波动就在什么方向上扩展，限制越严，扩展也越强，成为一对限制和反限制的矛盾。

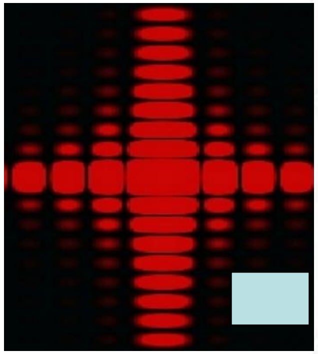


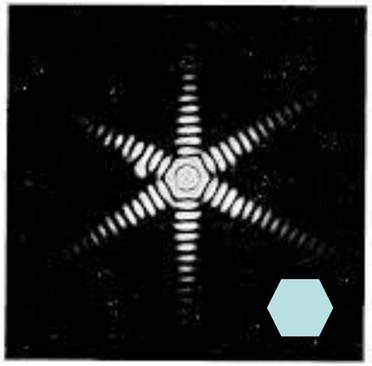


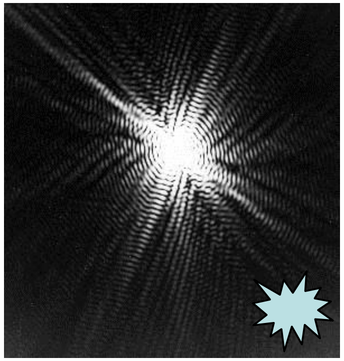












2. 惠更斯-费涅耳（Huggens-Fresnel，1818）原理，基尔霍夫（G. Kirchhoff，1882）边界条件

惠更斯的次波概念

继承

吸取

光波干涉概念

Augustin-Jean Fresnel

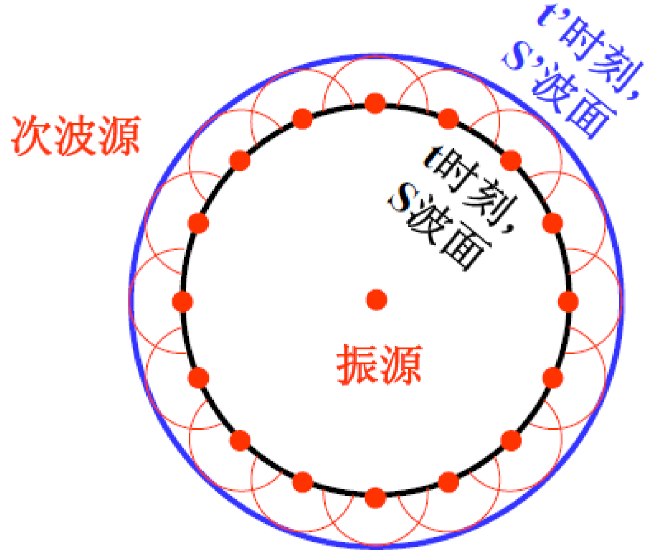
补充和发展

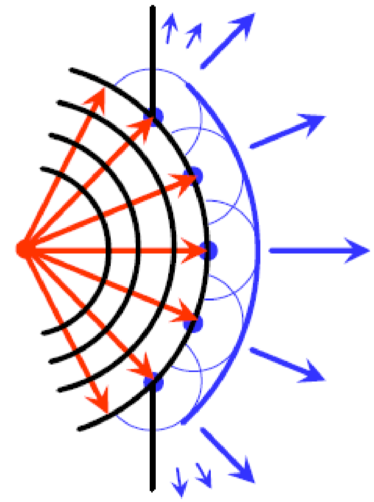
提出

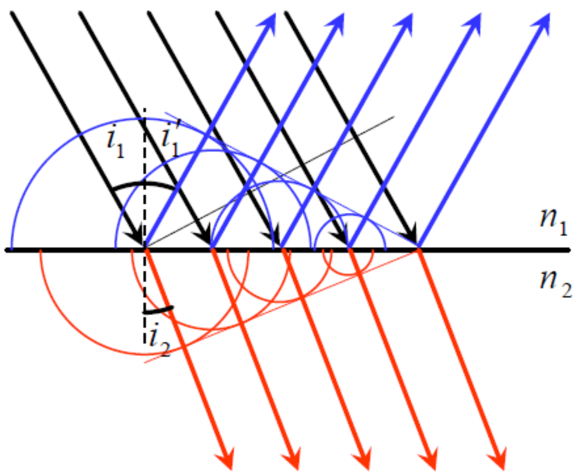
次波相干叠加

惠更斯—菲涅耳原理
衍射理论框架

惠更斯原理：次波源波面的包络就是下一时刻的波面



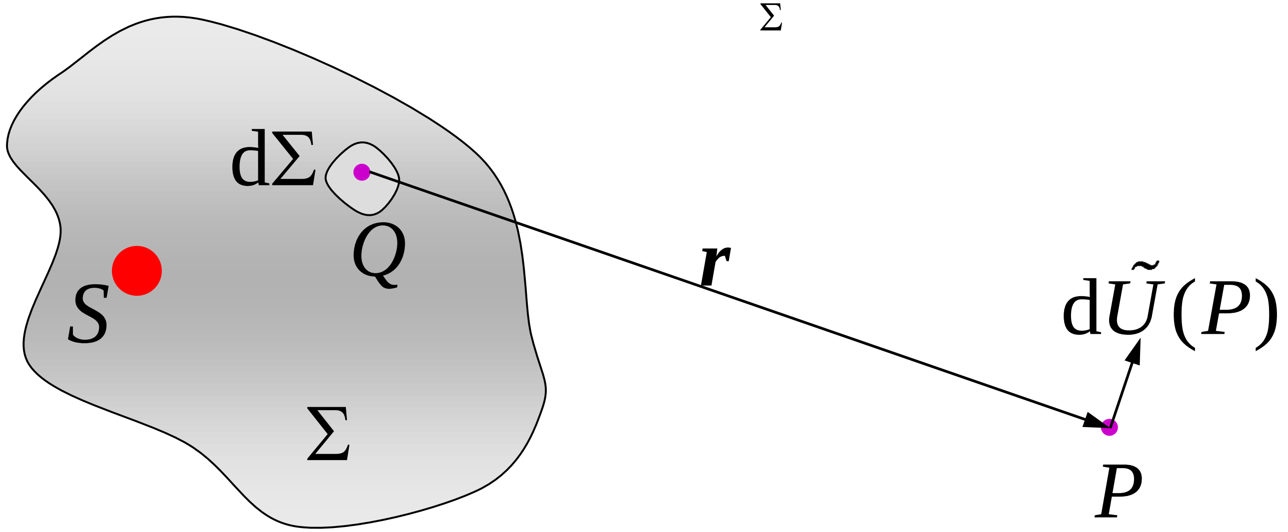




定性而不能定量不能准确回答振幅、位相的传播问题

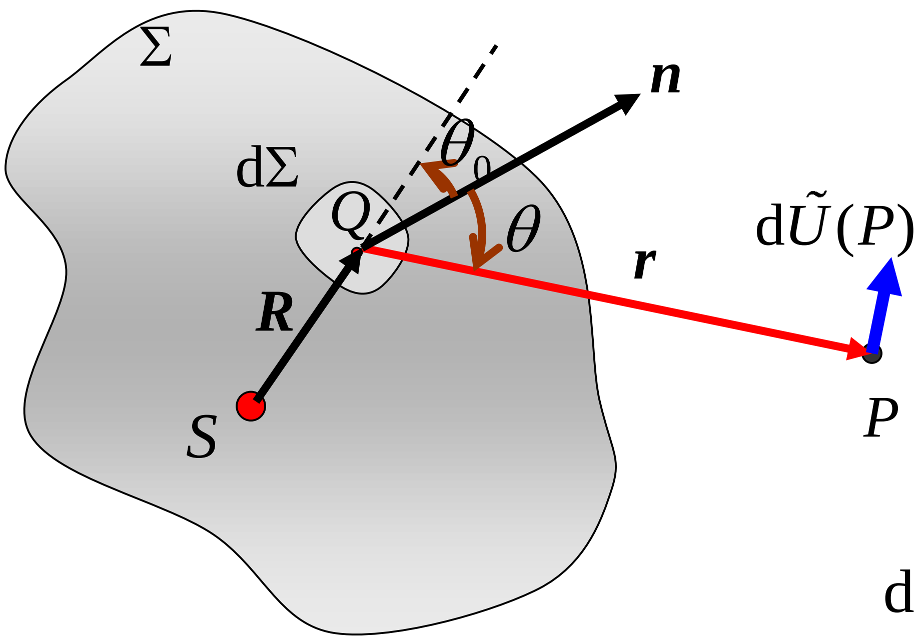
惠更斯-费涅耳原理：空间某点的振动可看作波前上所有面元所发次波在该点的相干迭加，数学上表述为：

$$\tilde{U}(p)=\oiint_{\Sigma} d\tilde{U}(p)$$



次波的复振幅

- 选取波前Σ上任一个次波中心Q，及Q点周围一面积元dΣ
- 可以先求出该面积元发出的球面次波在场点P处引起的复振幅$\mathrm{d}\tilde{U}(P)$



$$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto \tilde{U}_0(Q)$$ 瞳函数

$$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto \mathrm{d}\Sigma$$ 次波中心面元面积

$$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto \frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}$$ 球面波

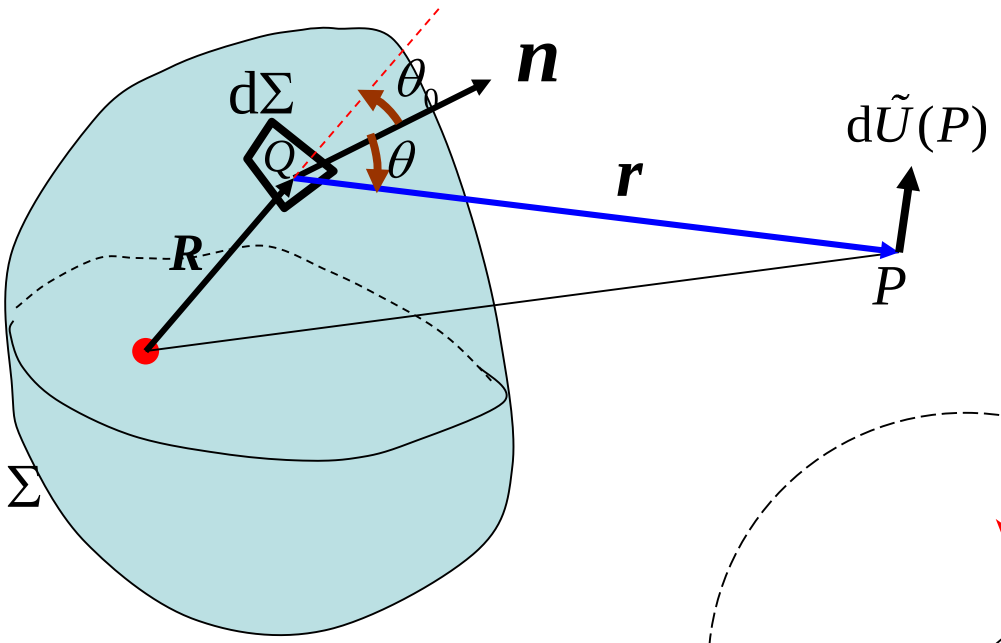
$$\mathrm{d}\tilde{U}(P) \propto F(\theta_0, \theta)$$ 倾斜因子

$$\mathrm{d}\tilde{U}(P) = KF(\theta_0, \theta)\tilde{U}_0(Q)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}\Sigma$$

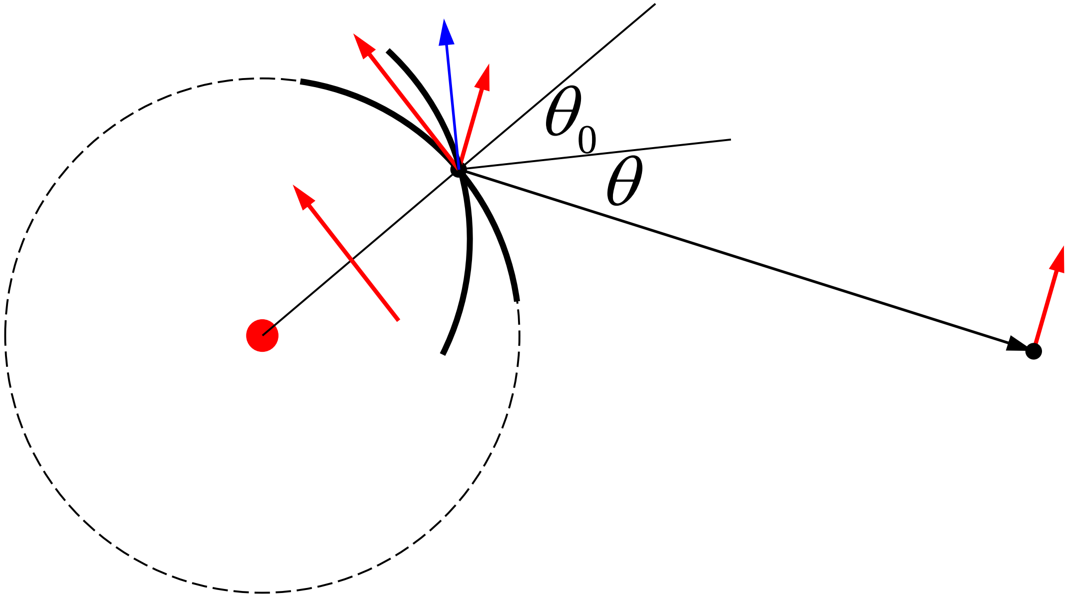
$$\oiint_{\Sigma} \mathrm{d}\tilde{U}(P) = \oiint_{\Sigma} KF(\theta_0, \theta)\tilde{U}_0(Q)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}\Sigma$$

- 将波前上所有次波中心发出的次波在P点的振动相干叠加，即可得到P点的振动
- 由于次波中心在波前上连续分布，因而叠加（求和）的过程就变为求积分的过程，得到**惠更斯－菲涅耳衍射积分公式**。
- 是菲涅耳凭直觉根据惠更斯的思想得到的
- 积分公式中$K=$？倾斜因子$F(\theta_0,\theta)=$？曲面积分区域如何选取？

倾斜因子



$\boldsymbol{n}$
$\mathrm{d}\Sigma$
θ_0
Q
θ
$\boldsymbol{r}$
$\mathrm{d}\tilde{U}(P)$
$\boldsymbol{R}$
P
Σ



θ_0
θ

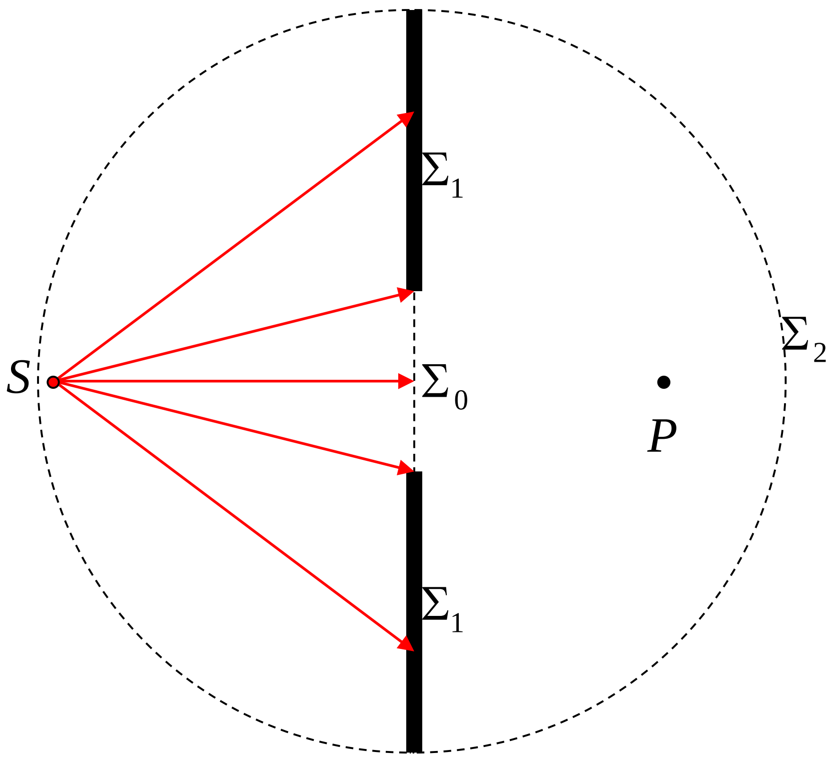
菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式

- 基尔霍夫对菲涅耳的积分公式作了严格的数学论证，得到以下结论：
- （1）确定了积分常数和倾斜因子的表达式

$$K=-\frac{i}{\lambda}=\frac{e^{-i\pi/2}}{\lambda} \qquad F(\theta_0,\theta)=\frac{1}{2}(\cos\theta_0+\cos\theta)$$

- （2）证明了积分区域选取的原则，不必对整个封闭曲面求积分，而只需对衍射障碍物（**衍射屏**）上开放区域求积分即可

基尔霍夫（G. Kirchhoff，1882）边界条件



取一个封闭曲面，

$\Sigma=\Sigma_0+\Sigma_1+\Sigma_2$

基尔霍夫边界条件：

i） Σ_0全透

ii） Σ_1全遮蔽

$$\oiint_{\Sigma_1} \mathrm{d}\tilde{U}(P)=0$$

iii） Σ_2积分为0

$$\oiint_{\Sigma_2} \mathrm{d}\tilde{U}(P)=0$$

仅需要对区域Σ_0，求积分即可

仅屏上对透光区域求积分即可

菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式

$$\tilde{U}(x',y')=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{e}^{-i\pi/2}}{\lambda}\oint\!\!\oint_{\Sigma}\tilde{U}_0(x,y)(\cos\theta_0+\cos\theta)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'$$

基尔霍夫边界条件下：

$$\tilde{U}(x',y')=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{e}^{-i\pi/2}}{\lambda}\oint\!\!\oint_{\Sigma_0}\tilde{U}_0(x,y)(\cos\theta_0+\cos\theta)\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'$$

光孔和接收范围都满足傍轴条件：

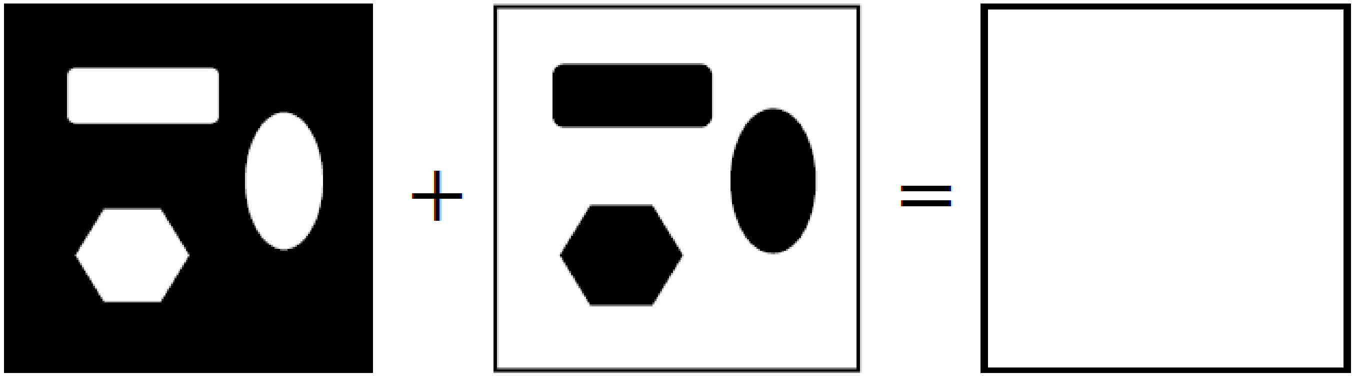
$$\tilde{U}(x',y')=\frac{\mathrm{e}^{-i\pi/2}}{\lambda r_0}\oint\!\!\oint_{\Sigma_0}\tilde{U}_0(x,y)\mathrm{e}^{ikr}\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'$$

3. 巴俾涅（A. Babinet，1837）原理

互补屏衍射场的复振幅之和等于自由传播波场，表述为：

若：$\Sigma_0 = \Sigma_a + \Sigma_b$ 则：$\displaystyle\iint_{\Sigma_a} d\Sigma + \iint_{\Sigma_b} d\Sigma = \iint_{\Sigma_0} d\Sigma$

$$\tilde{U}_a(p) + \tilde{U}_b(p) = \tilde{U}_0(p)$$

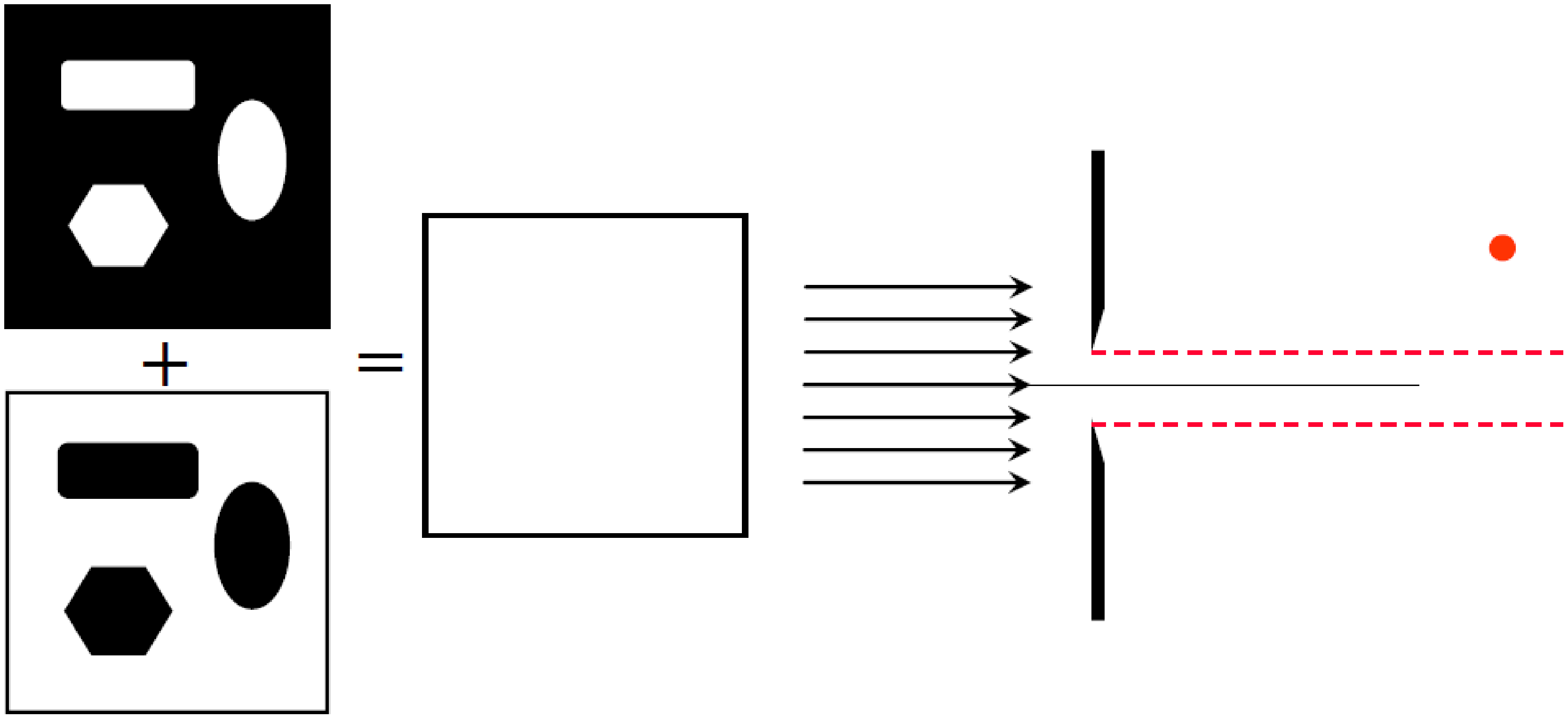


Σ_a Σ_b Σ_0

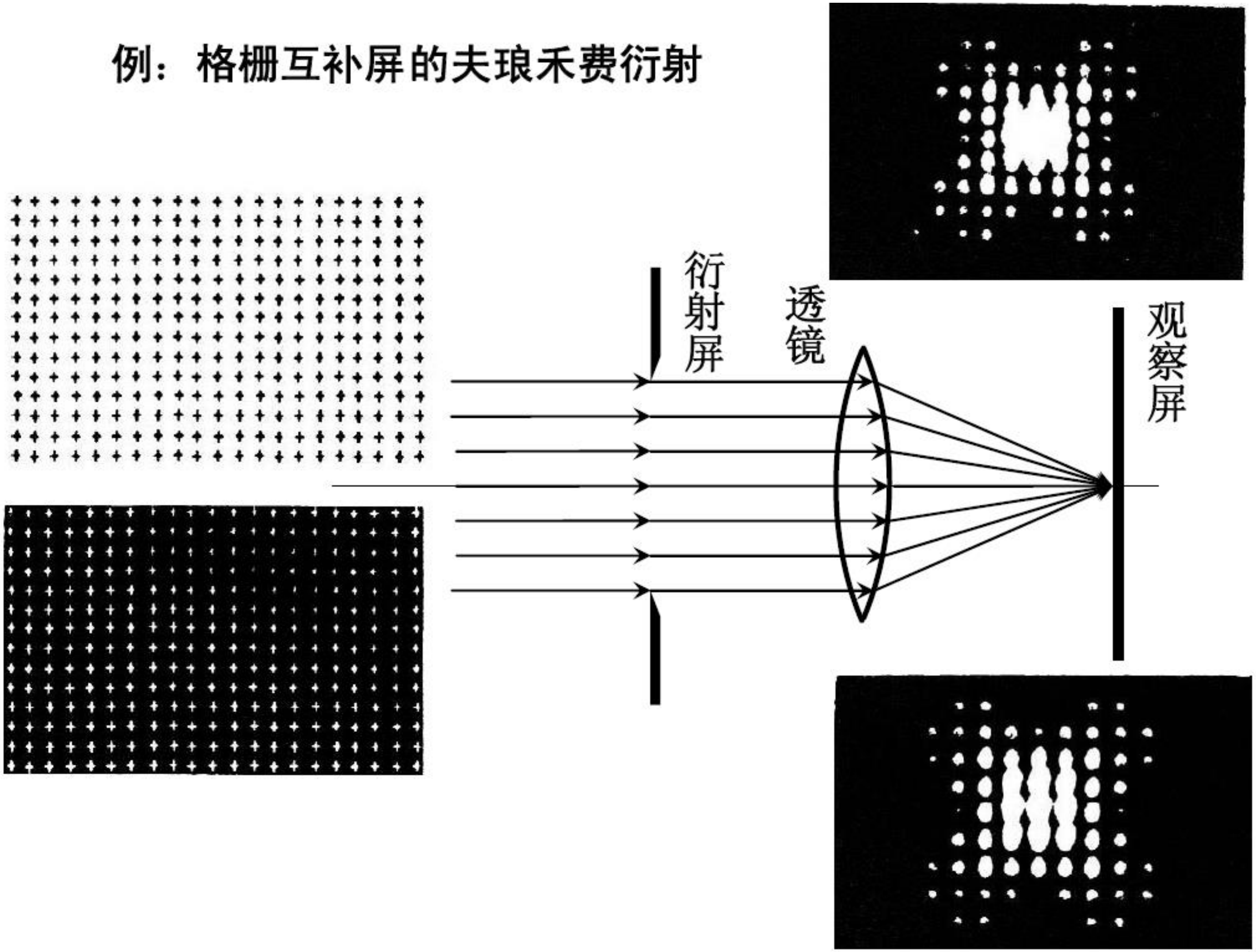
Σ_0相当于自由传播

光源几何像之外， $\tilde{U}_0(p)=0, \tilde{U}_a(p)=-\tilde{U}_b(p)$

$$I_a(p)=I_b(p)$$



例：格栅互补屏的夫琅禾费衍射



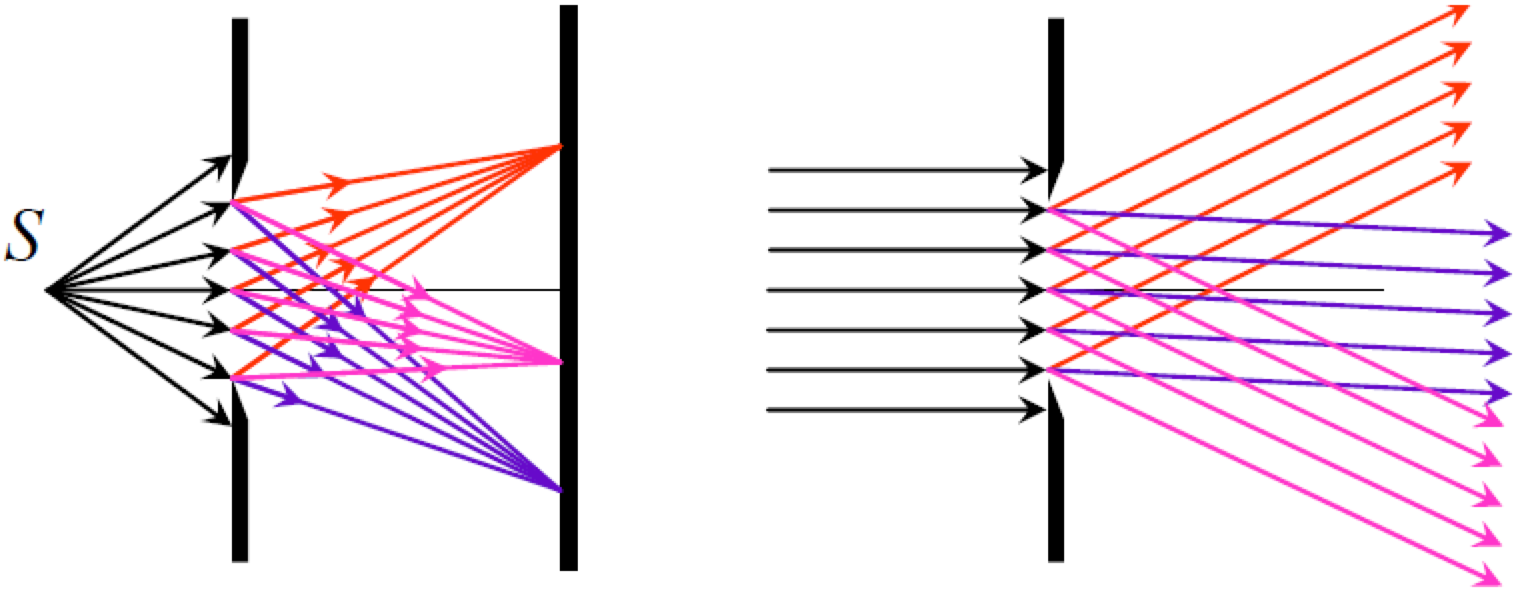
4. 衍射的分类

i) 菲涅耳衍射

光源或接收屏与衍射屏的距离（至少有一个）为有限远

ii) 夫琅和费衍射

光源和接收屏与衍射屏的距离均为无限远



菲涅耳衍射　　　　夫琅和费衍射

无限远实际可以通过透镜变换实现

衍射中的相干光

- 衍射是相干次波的叠加
- **次波中心都是取在同一列光波上，因而是相干的**
- 同一列波上的次波：相干叠加，光强取决于相位差
- 不同波列上的次波：非相干叠加，强度相加