3-05多光束干涉、法布里-布罗干涉仪

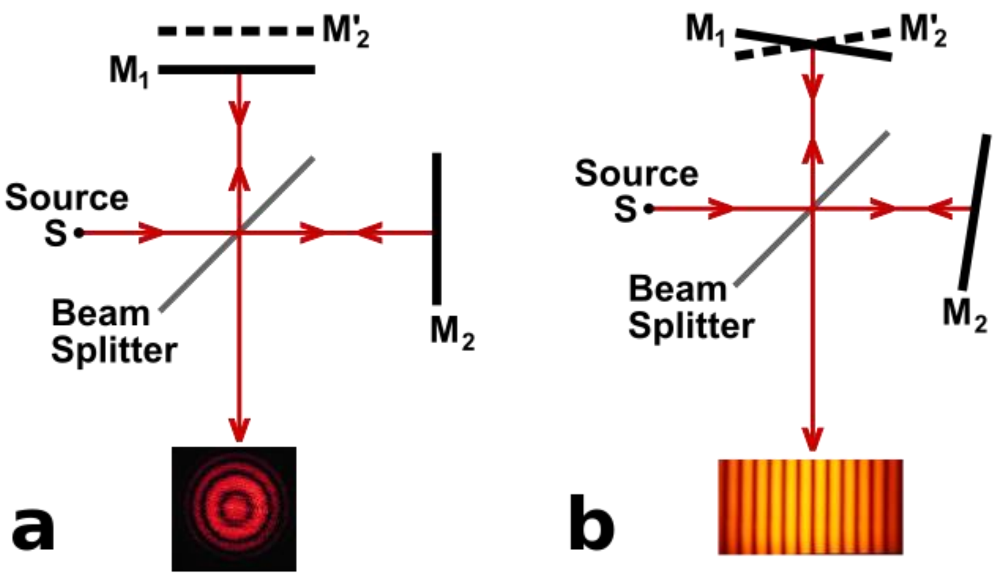
1.多光束干涉的强度分布

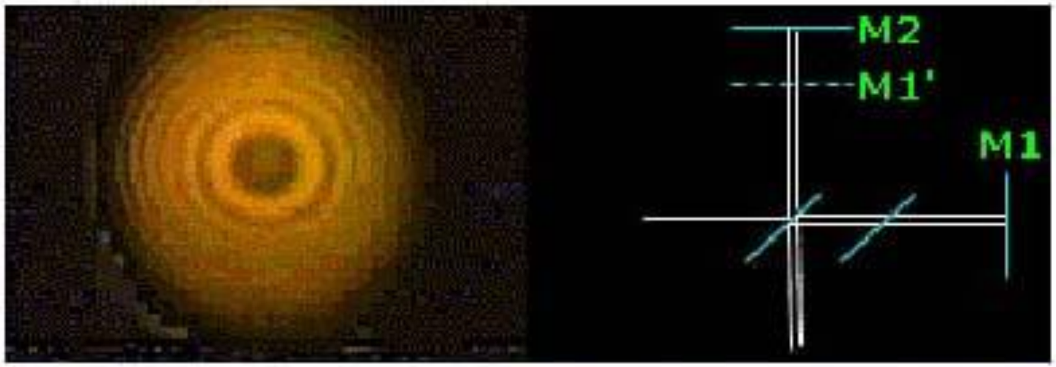
2 法布里—珀罗（C. Fabry，A.Perot，1899）干涉仪的装置和条纹的半值宽度

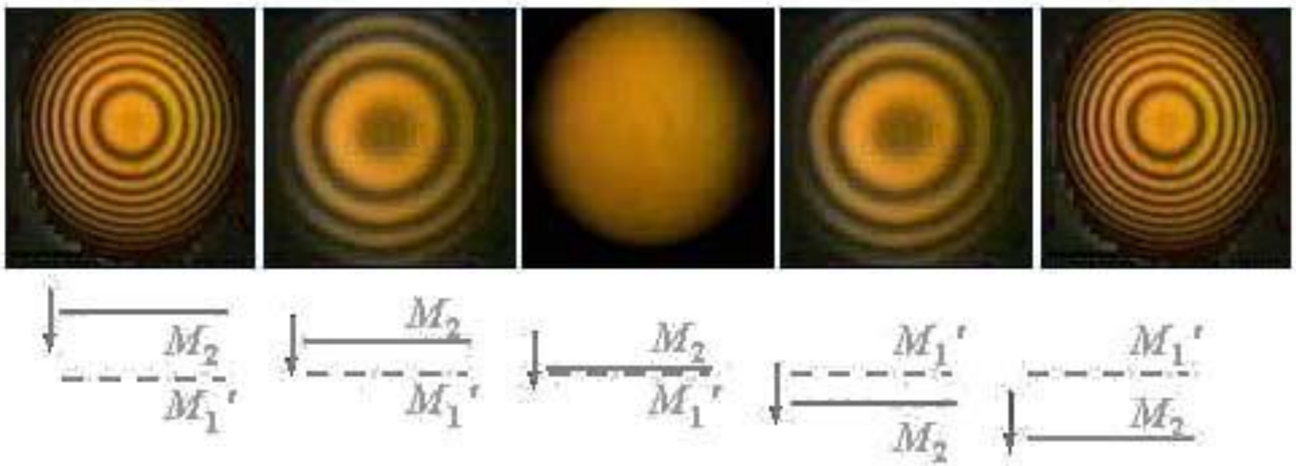
3法布里—珀罗干涉仪在光谱学中的应用

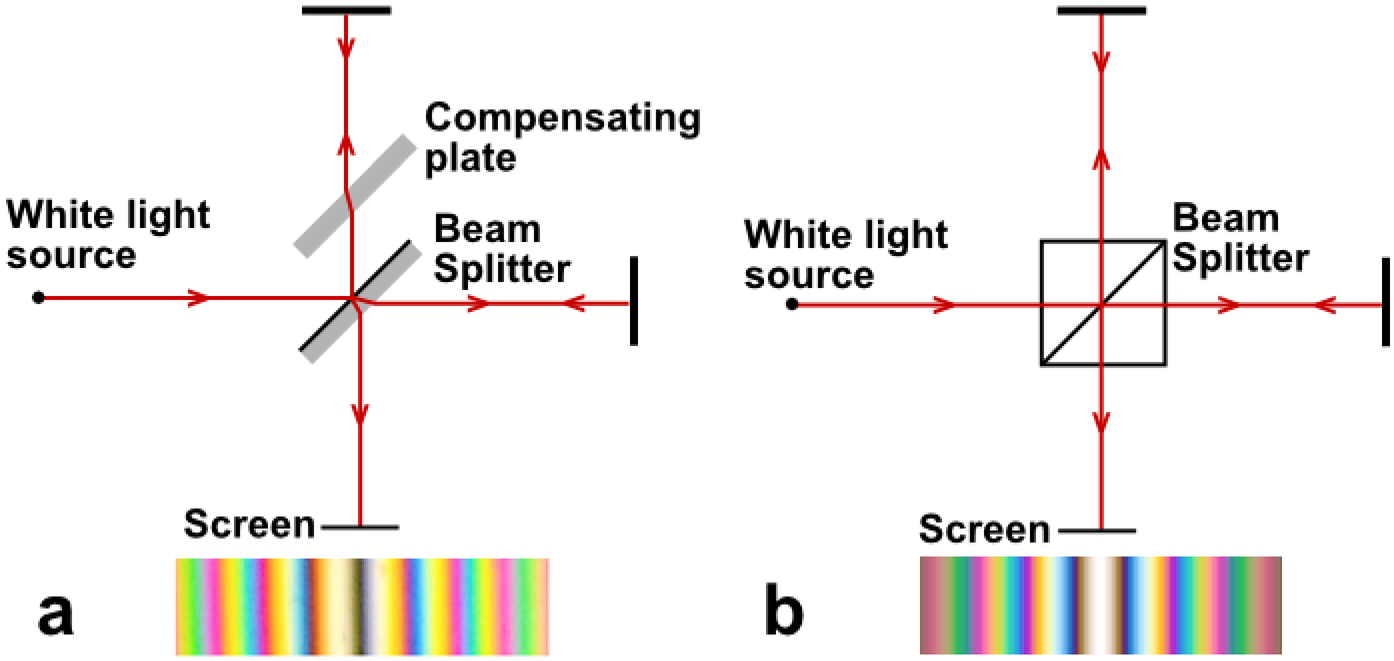
迈克尔逊干涉仪

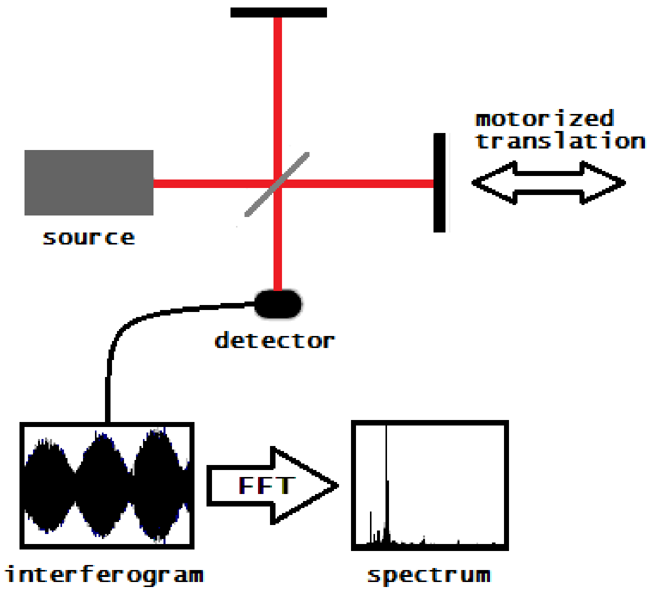

S'2
S'1
S'2
S'1


M'2
M1
Source
S
Beam
Splitter
M2
a
M1
M'2
Source
S
Beam
Splitter
M2
b

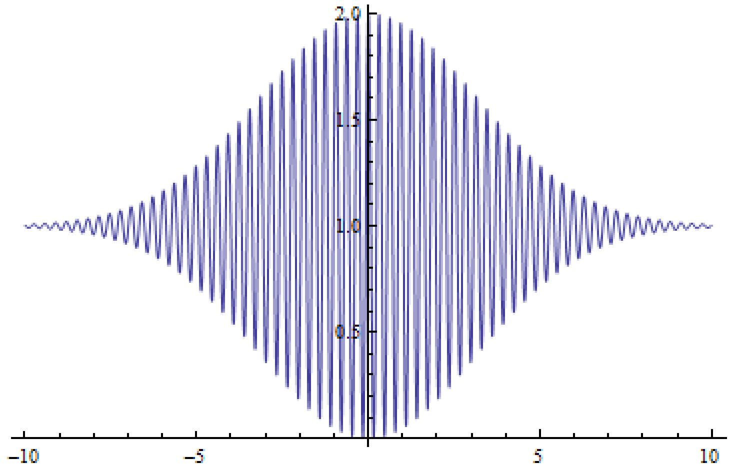

M2
M1'
M1


M_2
M_1'
M_2
M_1'
M_2
M_1'
M_1'
M_2
M_1'
M_2

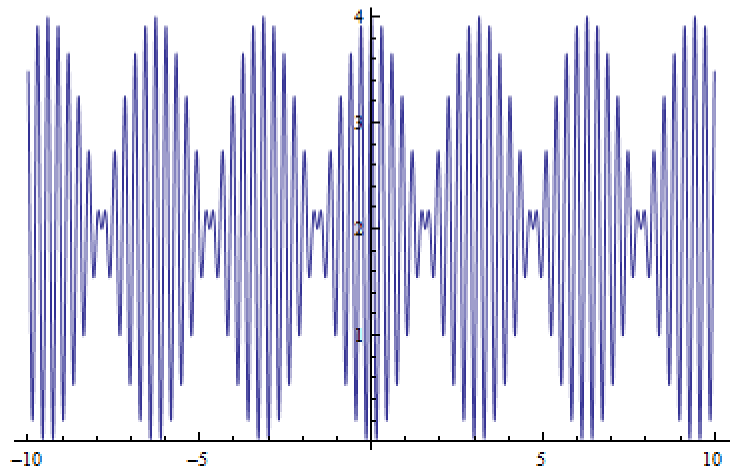

Compensating plate
White light source
Beam Splitter
Screen
a
White light source
Beam Splitter
Screen
b



$\Delta\lambda$

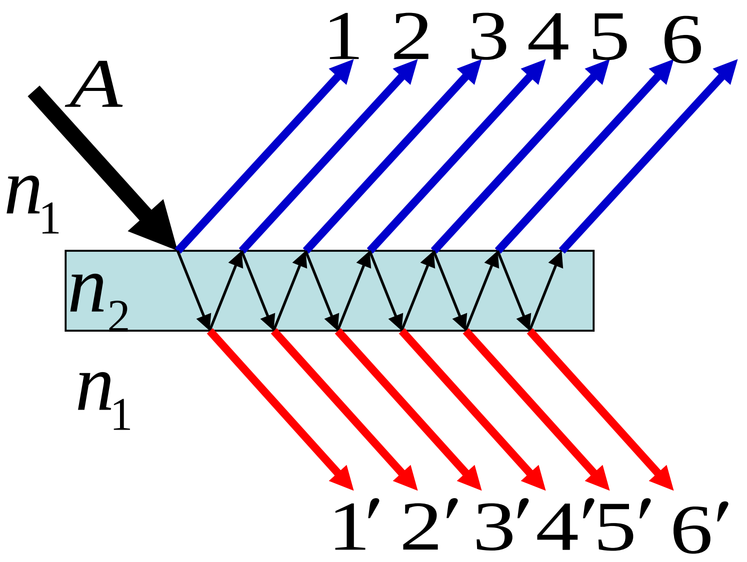


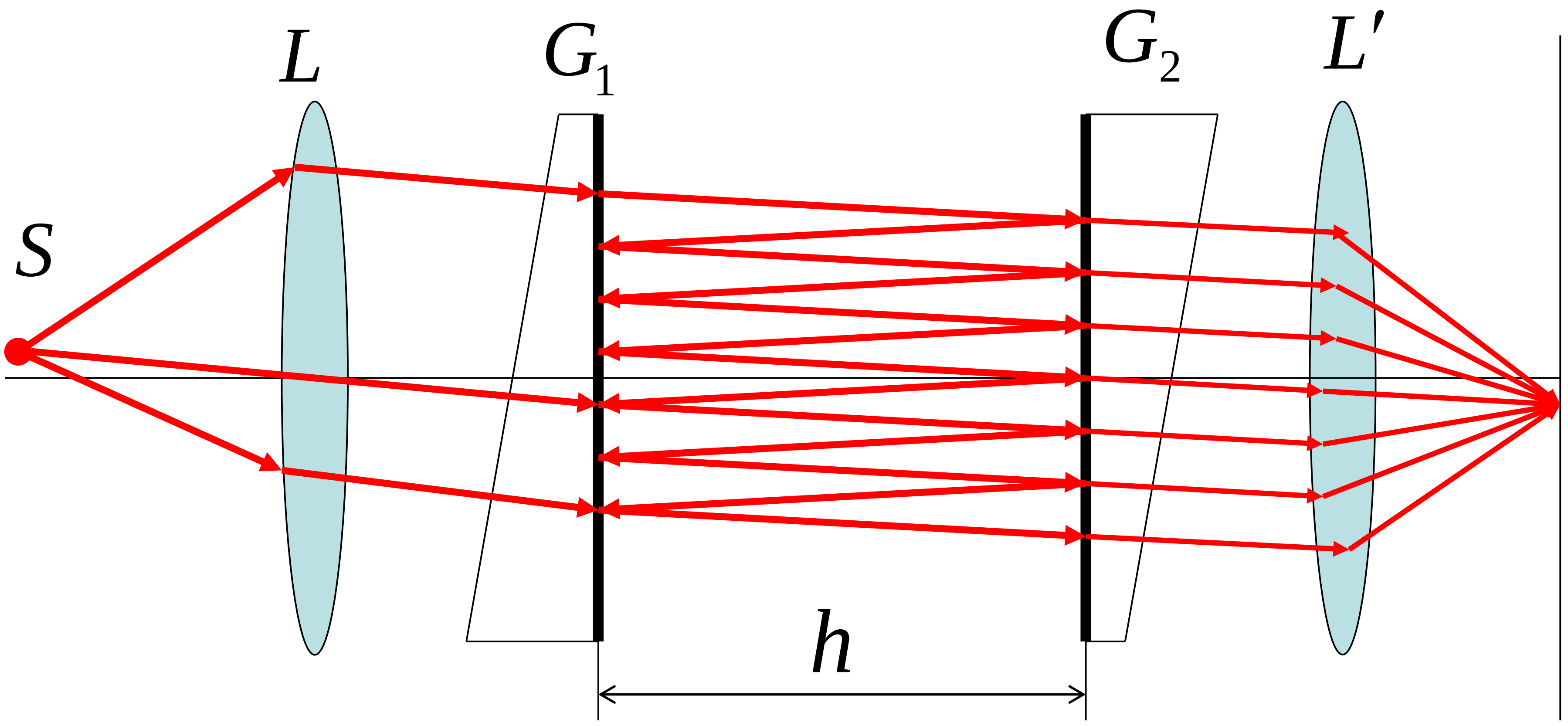
$\lambda_1+\lambda_2$



1.多光束干涉的强度分布

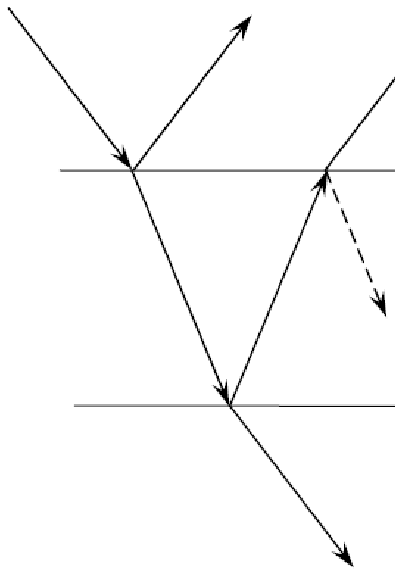
- 在薄膜干涉中，如果膜的反射率足够大，则无论是反射光还是透射光，相邻光束的强度相差不大，是多光束的相干叠加。

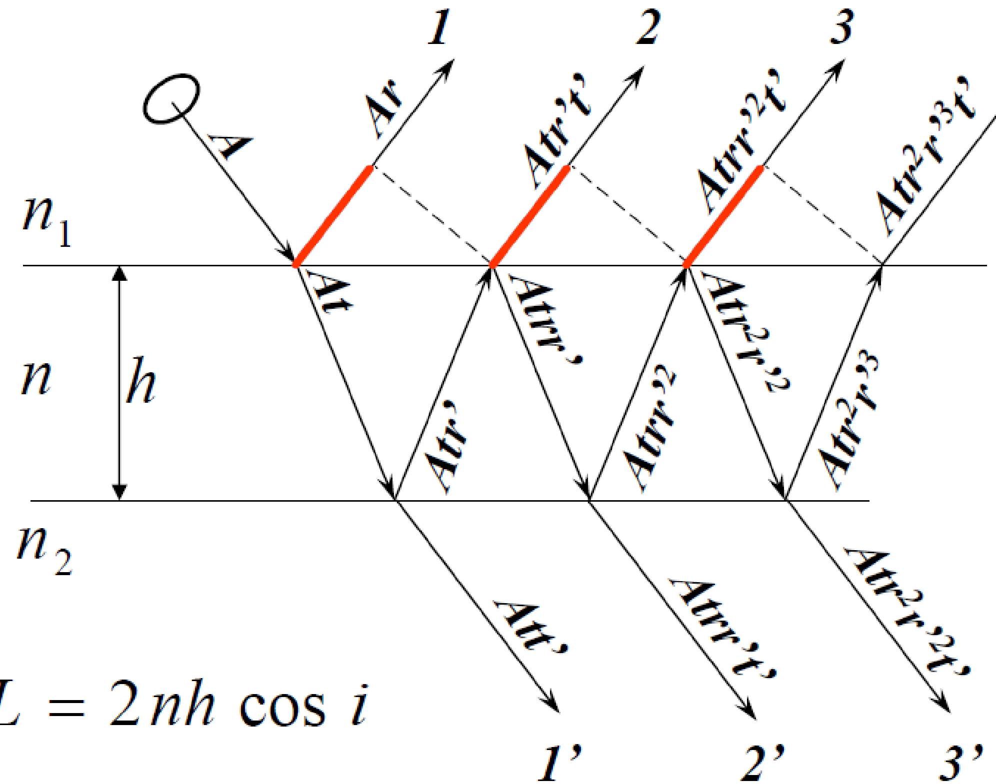




如果h固定，为Fabry-Perot标准具。

如果h可调，为Fabry-Perot干涉仪。





$$\Delta L = 2nh\cos i$$

$$\delta = \frac{4\pi nh\cos i}{\lambda}$$

当 $n_2 = n_1$ 时

$$r = -r' \qquad r^2 + tt' = 1$$

反射

$$\begin{cases} A_1 = Ar \\ A_2 = Atr't' = Atrt' \\ A_3 = Atr'rr't' = Atr^3t' \\ \quad \cdots \end{cases}$$

透射

$$\begin{cases} A_1' = Att' \\ A_2' = Atrr't' = Atr^2t' \\ A_3' = Atr'rr'rt' = Atr^4t' \\ \quad \cdots \end{cases}$$

当 $r << 1$ ， $t \approx t' \approx 1$ 时

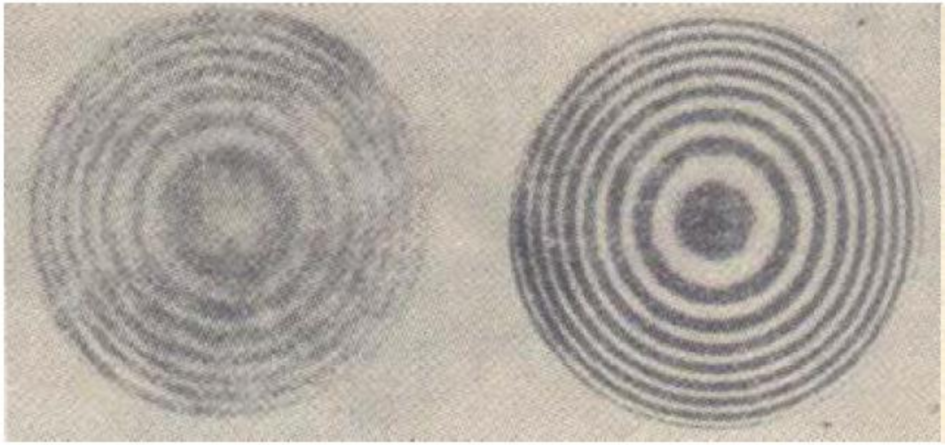
只有A_1和A_2强度相当实际参与干涉，化为薄膜干涉的情况。

$$\tilde{U}_T = Att(1 + r^2 e^{i\delta} + r^4 e^{i2\delta} + \cdots)$$
$$= \frac{Att}{1 - r^2 e^{i\delta}}$$

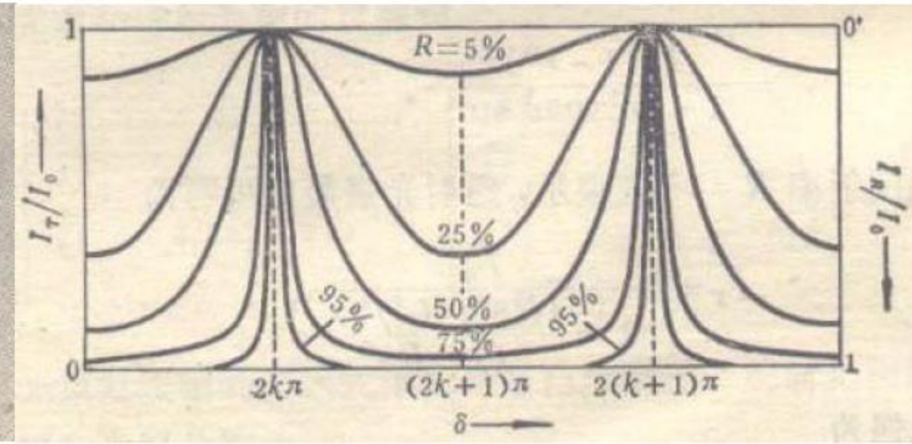
$$I_T = \tilde{U}_T \tilde{U}_T^* = \frac{I_0 (1 - r^2)^2}{1 - 2r^2 \cos\delta + r^4} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R\sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}}$$

$$I_R = I_0 - I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R\sin^2(\delta/2)}}$$

其中 $R = r^2$ 为两个界面的总反射率



反射　　　　　透射



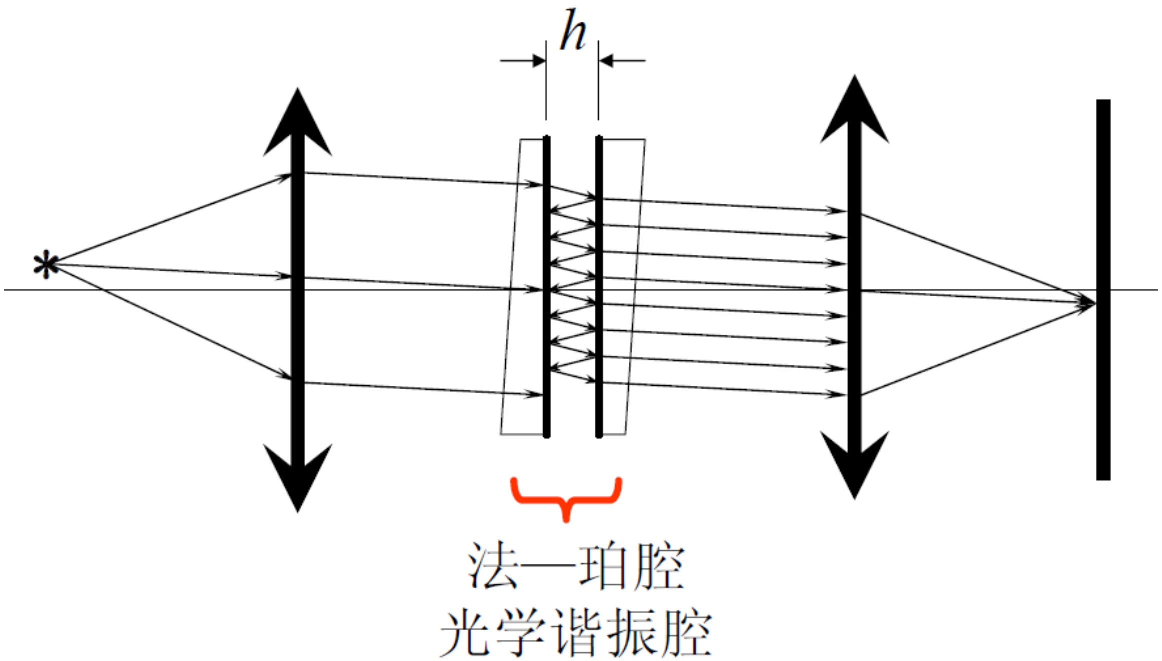
若 $R \ll 1$

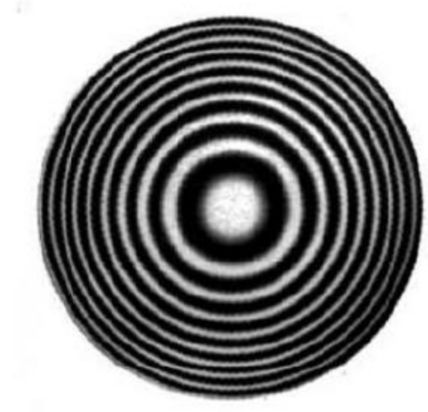
$$I_T = I_0[1 - 2R(1 - \cos\delta)] \approx I_0$$

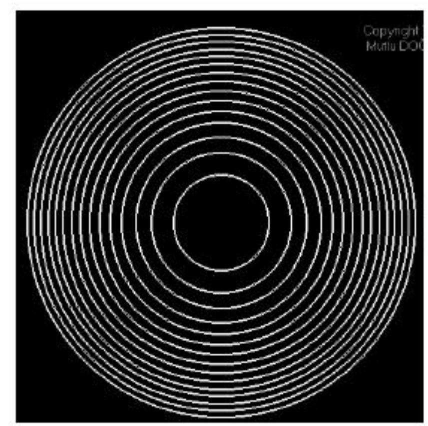
$$I_R = 2RI_0(1 - \cos\delta)$$

化为双光束薄膜干涉的情况。

2.法布里—珀罗（C. Fabry，A.Perot，1899）干涉仪的装置和条纹的半值宽度







Charles Fabry

Alfred Pèrot

$$I_R = I_0 - I_T = \frac{I_0}{1 + \dfrac{(1-R)^2}{4R\sin^2(\delta/2)}}$$

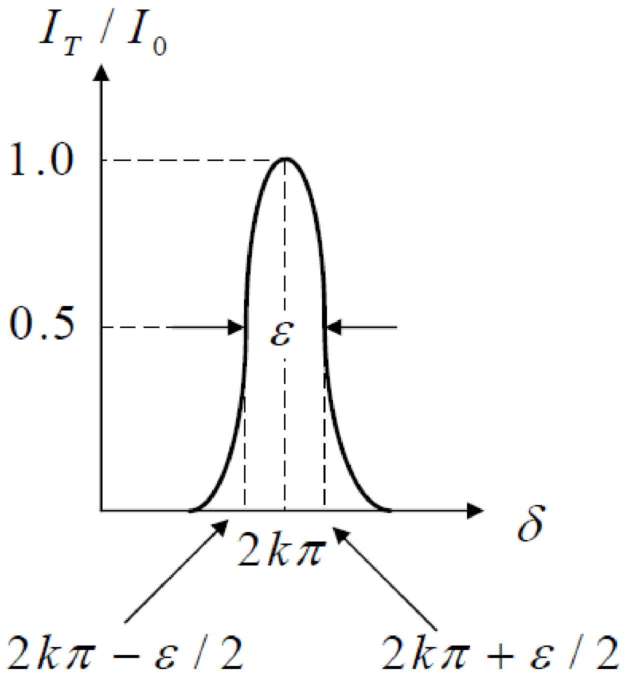
其中 $R = r^2$ 为两个界面的总反射率

$$\delta = \frac{4\pi nh \cos i}{\lambda_k}$$

- ✧ R越大，峰越尖锐。
- ✧ 相位差δ内含三个光学因素：光学厚度h、光波长λ、倾角i。由此引出多光束干涉的两个应用方向：

i)当光源为准单色扩展光源时 ➡ 分辨超精细谱线结构。

ii)当非单色平行光照明时 ➡ 滤波器挑选波长。



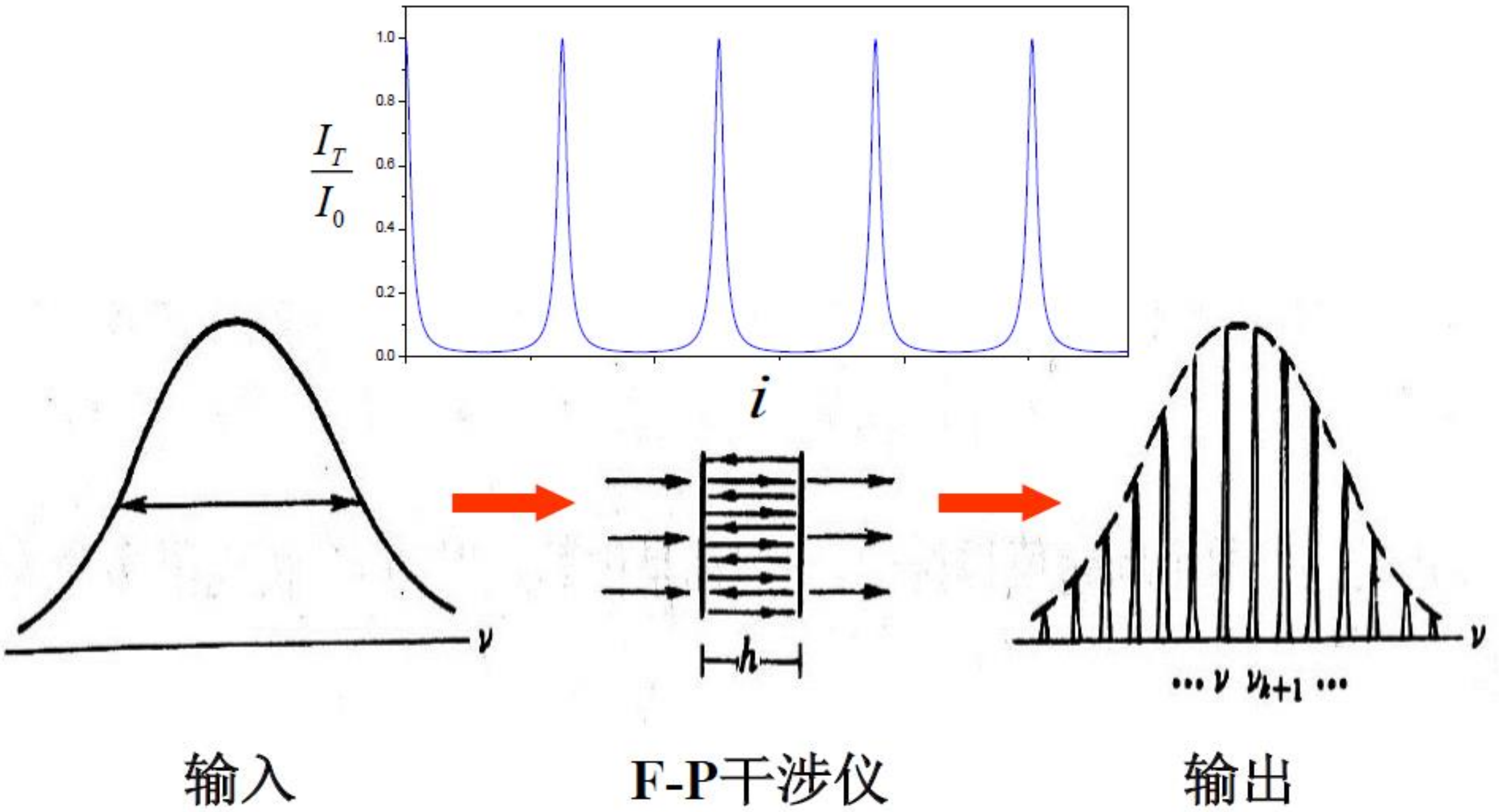
主峰位置：$\delta = \dfrac{4\pi nh\cos i}{\lambda_k} = 2k\pi$

正入射时：$\lambda_k = \dfrac{2nh}{k}$

$$v_k = \frac{kc}{2nh}$$

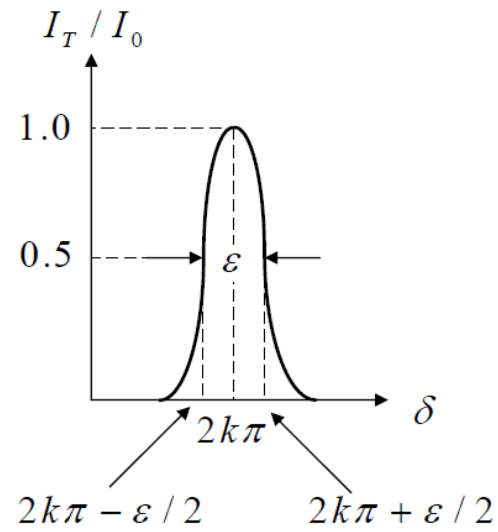
一个光学纵模

模式间距：$\Delta v = v_{k+1} - v_k = \dfrac{c}{2nh}$



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
$\frac{I_T}{I_0}$
i
ν
h
$\cdots \nu \quad \nu_{k+1} \cdots$
输入
F-P干涉仪
输出

半值峰宽： $I_T = \frac{1}{2} I_0$



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{4R\sin^2(\varepsilon / 4)}{(1-R)^2}} = \frac{1}{1 + \frac{R^2\varepsilon^2}{4(1-R)^2}}$$

$$\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

$$\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} = 2\left(\frac{1}{\sqrt{R}} - \sqrt{R}\right)$$

R越大，ε越小，条纹越细锐。

对于Michelson干涉仪

$$\delta = 2h\cos i \qquad A_1 = A_2$$

$$I = 2I_1 + 2I_1\cos\Delta\varphi = 2I_1(1+\cos\Delta\varphi)$$

$$= 2I_1\left(1+2\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}-1\right) = I_0\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

条纹要粗得多!

$$\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

i) 单色光入射，倾角宽：

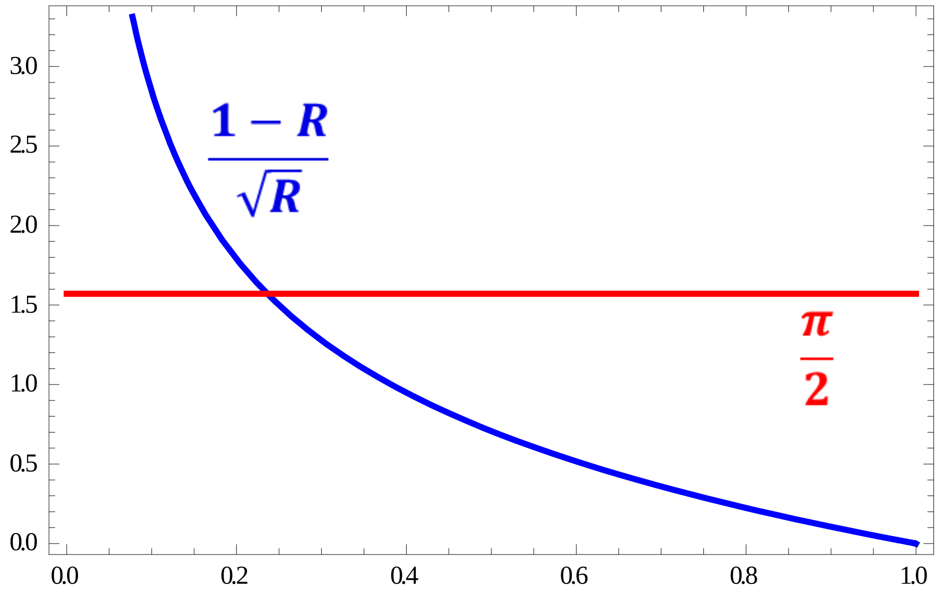
$$\Delta i_k = \frac{\lambda}{2\pi nh \sin i_k} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

普通的薄膜干涉（**Michelson**干涉仪），即双光束干涉时

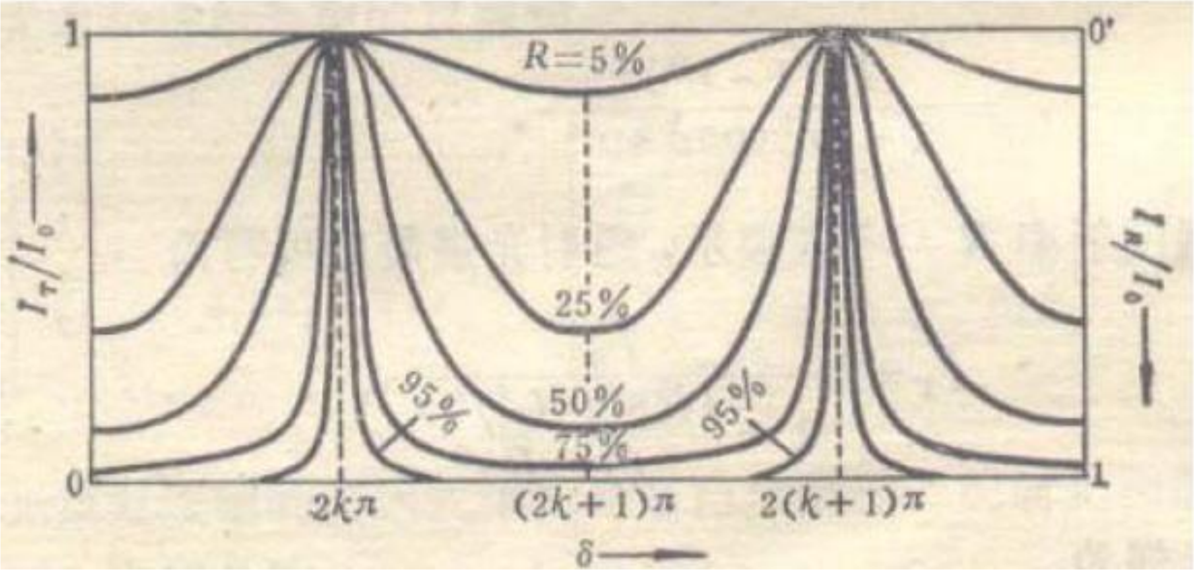
$$\delta i = \frac{\lambda}{4n\,h\sin i} = \frac{\lambda}{2\pi nh\sin i} \frac{\pi}{2}$$

由于 $R \approx 1$ 所以 $\frac{1-R}{\sqrt{R}} << \frac{\pi}{2}$ 多光束干涉条纹要细锐的多

即出射的条纹发散角很小。保证了激光的平行性。



3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
$\frac{1-R}{\sqrt{R}}$
$\frac{\pi}{2}$



R=5%
25%
50%
75%
95%
95%
I_T/I_0
I_R/I_0
2kπ
(2k+1)π
2(k+1)π
δ

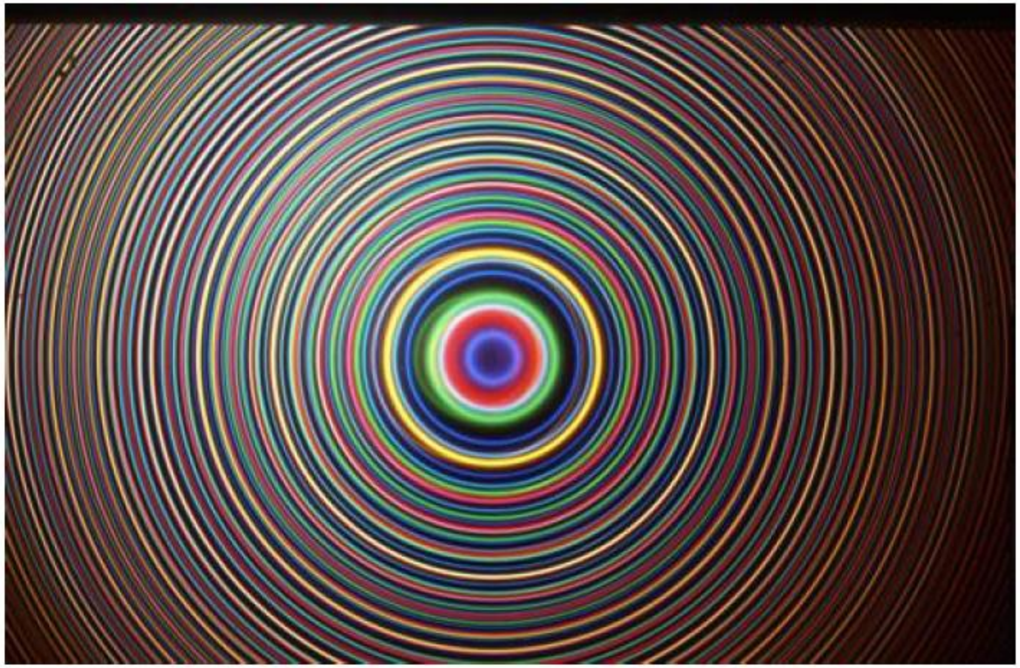
ii)非单色光入射，倾角固定（正入射），波长宽度：

$$\Delta\lambda_k = \frac{\lambda}{\pi k}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

$$\Delta\nu_k = \frac{c}{\pi k\lambda}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

3.法布里—珀罗干涉仪在光谱学中的应用

主要用于超精细光谱结构的研究。



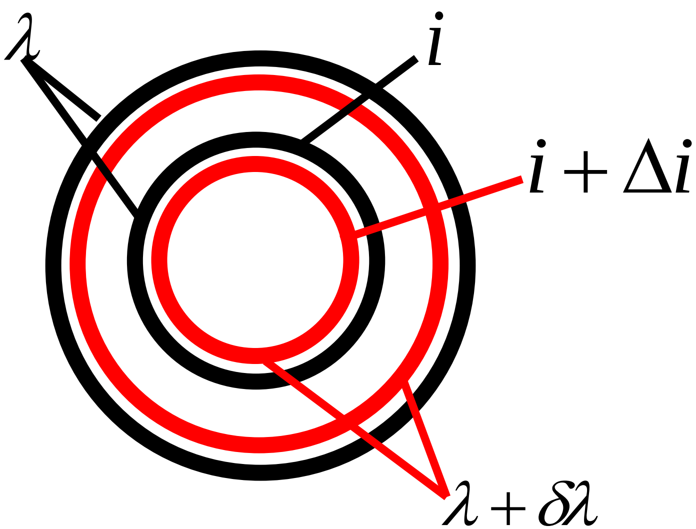
当波长差小到和展宽（半值峰宽）相当时，刚能分辨。

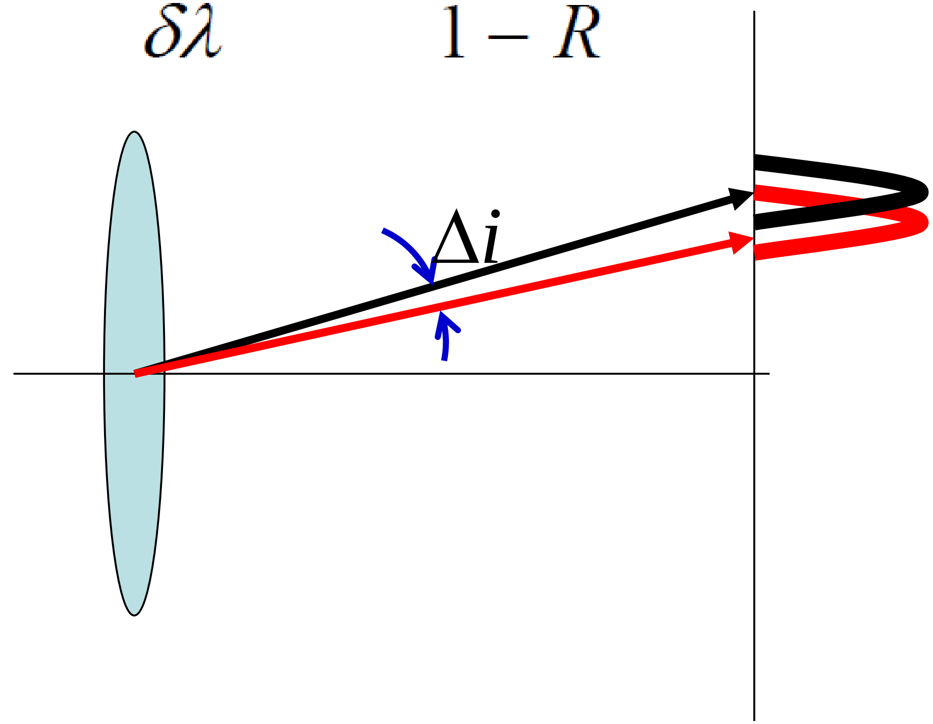
最小分辨波长：

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{\pi k}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

分辨本领：

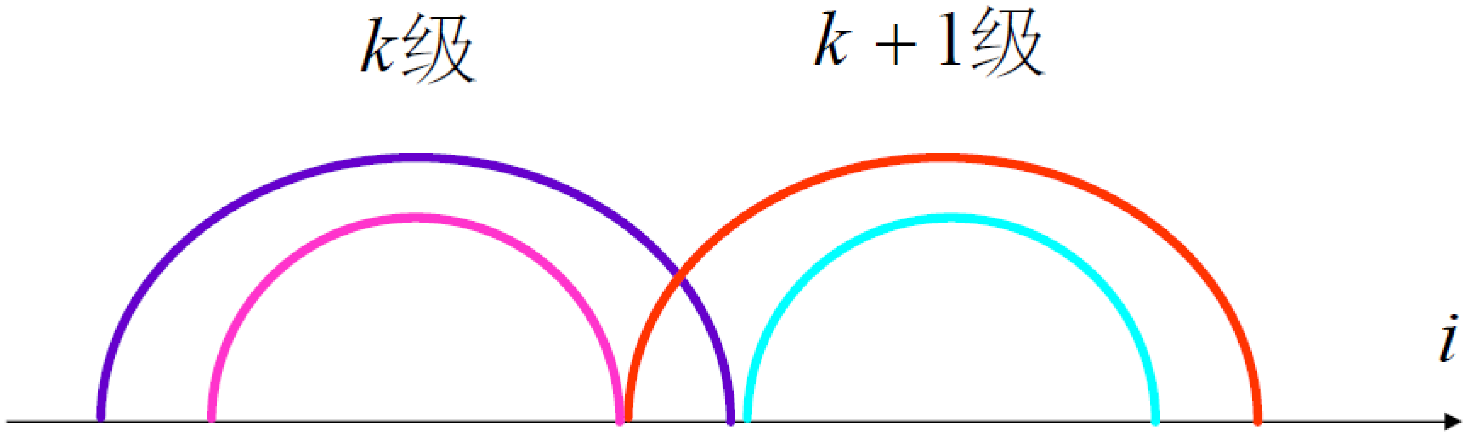
$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \pi k\frac{\sqrt{R}}{1-R}$$





法—珀腔的R (~98%)很高，h(10cm)很长，k级数很高(10^6)，使得仪器的分辨本领很高。

自由光谱范围：不同级不同波长条纹互不重叠的光谱范围称为自由光谱范围。自由光谱范围是限制法布里—珀罗干涉仪应用范围的主要因素。



自由光谱范围 free spectral range (FSR)

$$FSR = \lambda_k - \lambda_{k+1}$$

$$= 2nh(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})$$

$$= \frac{2nh}{k(k+1)} \approx \frac{\lambda_k^2}{2nh} = \frac{\lambda_0^2}{2nh}$$

精细度 finesse

$$f = \frac{FSR}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

品质因子 Quality factor

$$Q = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

作业：P343， 1, 3, 4, 5

§ 补充：椭偏仪测膜厚和折射率

$$\tilde{U}_T = Att'(1 + rr'e^{i\delta} + r^2 r'^2 e^{i2\delta} + \cdots)$$

$$= \frac{At(n_1, n, i_1)t'(n_1, n, n_2, i_1)}{1 - r(n_1, n, i_1)r'(n_1, n, n_2, i_1)e^{i\delta(nh, n_1, i_1)}}$$

$$I_R = I_0 - I_T = f(n_1, n, n_2, h, i_1) = f(n, h, i_1)$$