

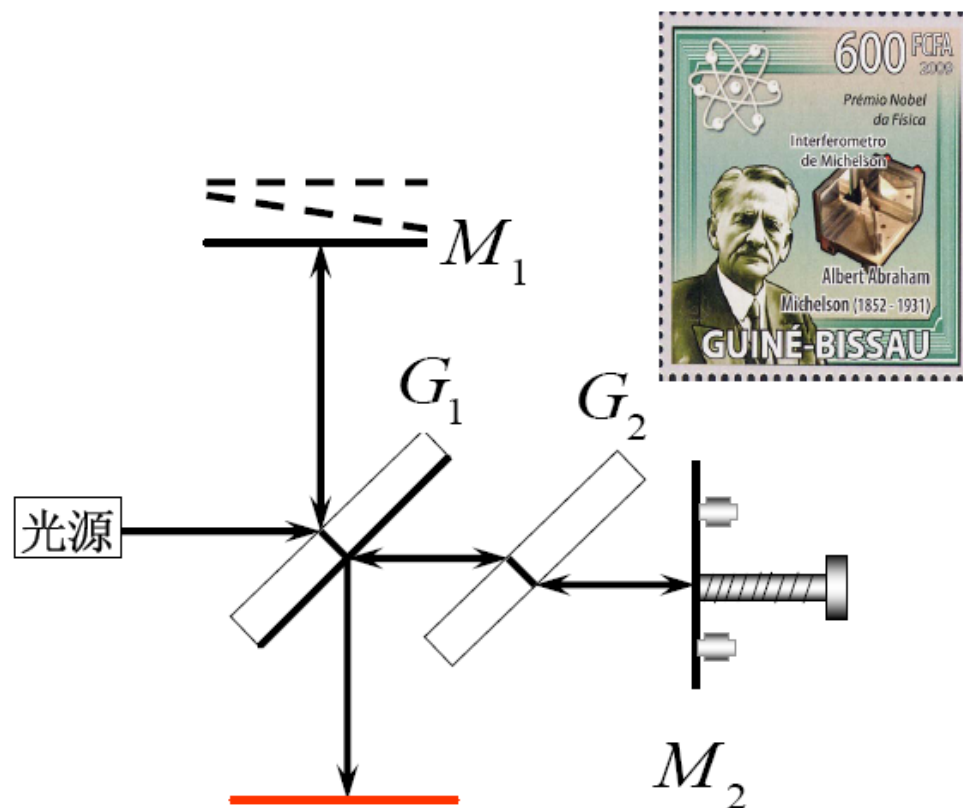
## 3-04 迈克尔孙干涉仪，时间相干性

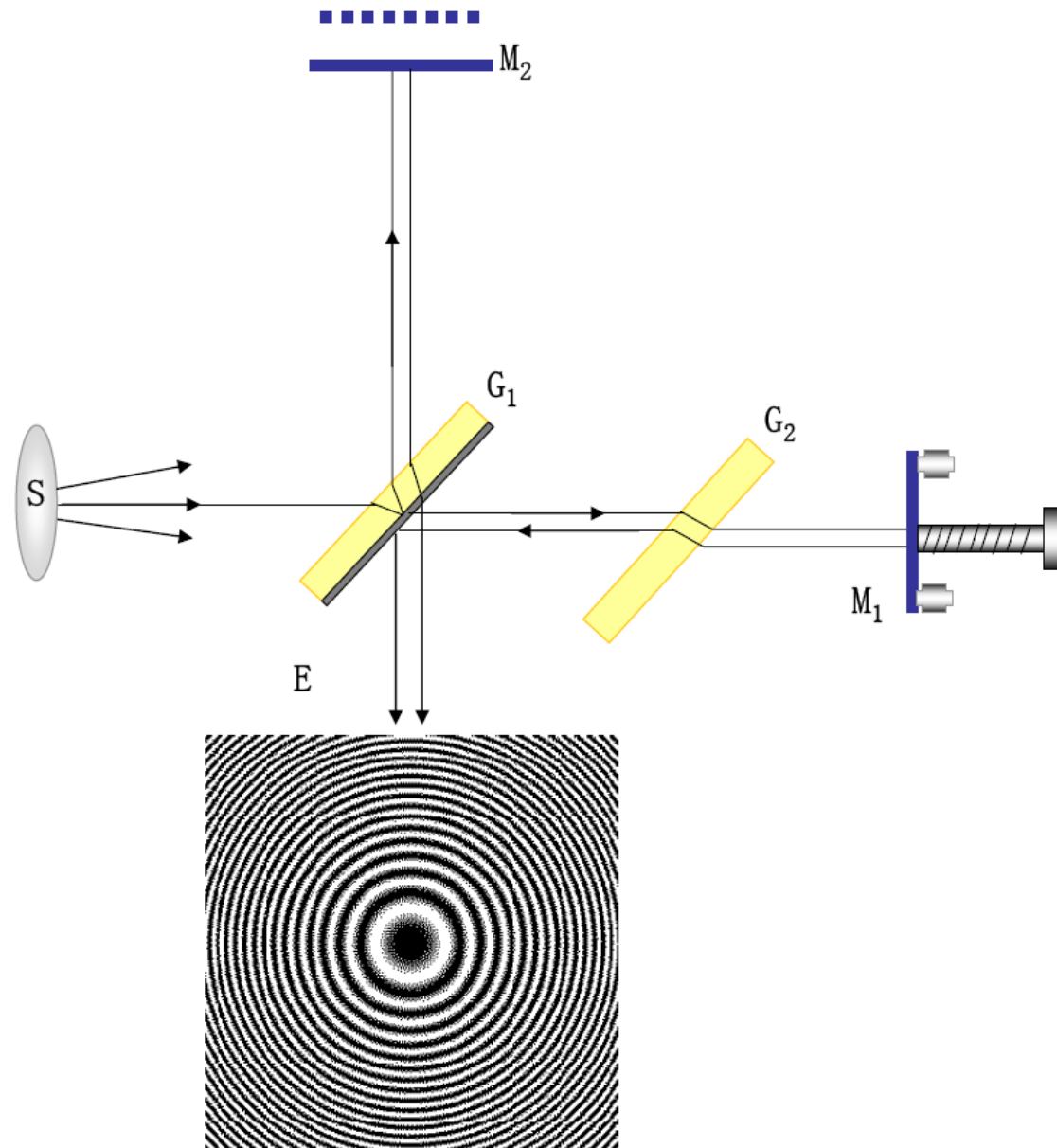
- 1 迈克尔孙 ( A.A. Michelson , 1881 ) 干涉仪的结构 (1907 Nobel Laureate)
  - 2 干涉条纹
  - 3 光源非单色性对干涉条纹的影响
  - 4 光场的时间相干性
  - 5 光场相干性小结
- ★ 迈克尔孙干涉仪的应用

# § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

## 4.1 麦克耳孙 (A.A. Michelson, 1881) 干涉仪的结构 (1907 Nobel Laureate)

一种分振幅干涉装置，其中光源、两个反射镜和接收器四者完全分开，各据一方，便于在光路中安插其它器件。可以实现等厚干涉、等倾干涉及观察条纹的变动情况，同时可方便地进行各种精密测量。迈克尔孙干涉仪几乎是所有现代干涉仪器的原型。





# § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

## 4.2 干涉条纹

单色光照明

i) 等倾条纹:

较远: 密而弱, 中心斑点较小  
较近: 疏而强, 中心斑点较大  
重合: 中心斑点扩大到整个视场

条纹不断缩进中心

条纹不断由中心生出



## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.2 干涉条纹

#### ii) 等厚条纹:

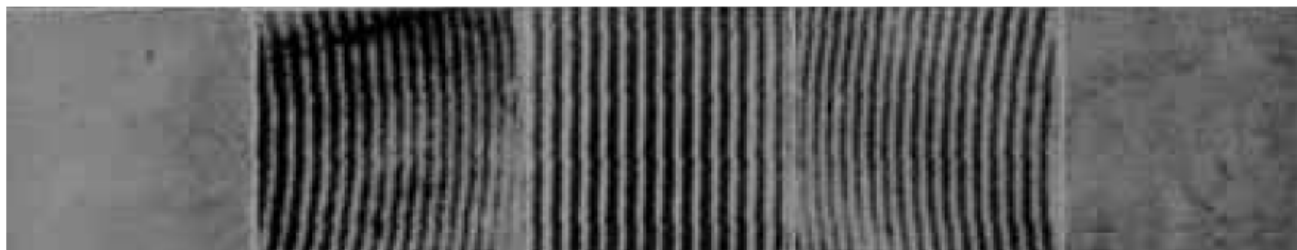
较远：几乎看不到条纹

较近：弯曲的条纹

相交：直的条纹

朝曲率小的方向  
移动，反衬  
度不断加大

朝曲率大的方向  
移动，反衬  
度不断降低



白光照明：（用于判断两臂是否等光程）

重合：0级暗纹不色散，旁边为对称排列的明暗不同的彩色条纹，此时两臂无光程差。

## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

i) 双线结构:

$$\begin{cases} I_1(\Delta L) = I_0 [1 + \cos(k_1 \Delta L)] \\ I_2(\Delta L) = I_0 [1 + \cos(k_2 \Delta L)] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I(\Delta L) &= I_1(\Delta L) + I_2(\Delta L) \\ &= 2I_0 \left[ 1 + \cos\left(\frac{\Delta k \Delta L}{2}\right) \cos(k \Delta L) \right] \end{aligned}$$

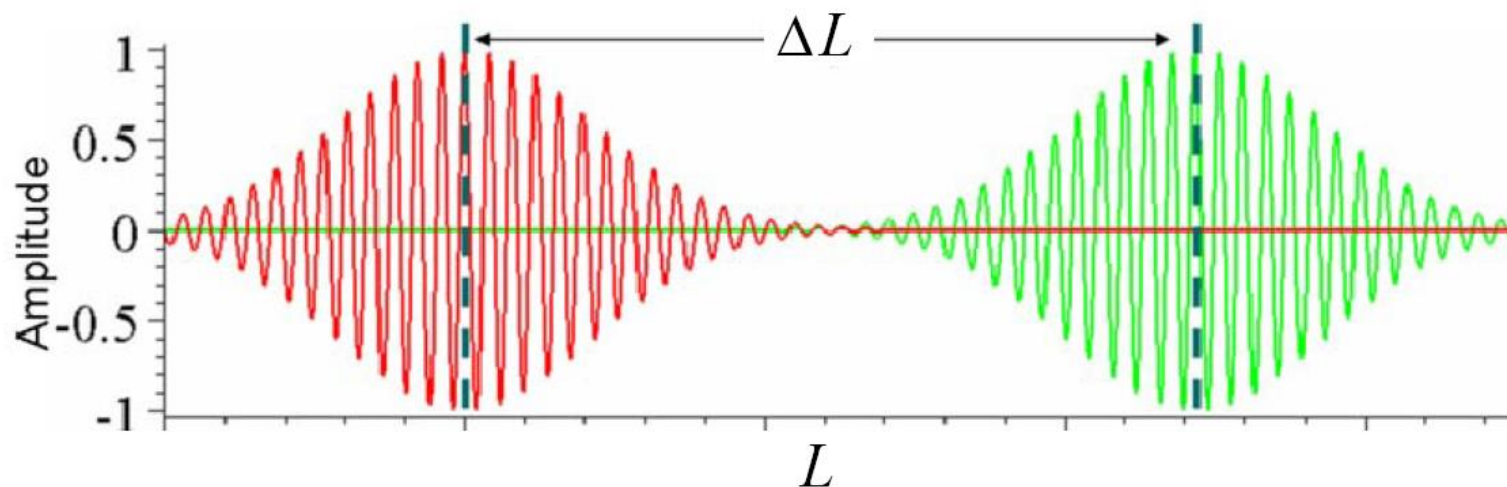
其中:  $k = \frac{k_1 + k_2}{2}$       $\Delta k = k_1 - k_2 \ll k$

$$\gamma(\Delta L) = \left| \cos\left(\frac{\Delta k \Delta L}{2}\right) \right|$$

条纹的反衬度随光程差作周期振动!

## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响



周期为：

$$\Delta L = \frac{2\pi}{\Delta k}$$

对应的条纹数为：

$$N = \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

空间频率为：

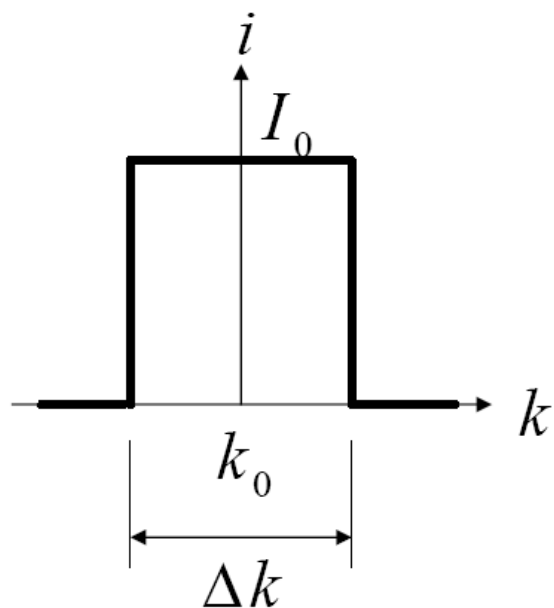
$$\nu = \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}$$

## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

ii) 单色线宽:

$i(k)$  在  $k = k_0 \pm \Delta k / 2$  范围内矩形分布



$$I(\Delta L) = I_0 \left[ 1 + \frac{1}{\Delta k} \int_{k_0 - \Delta k / 2}^{k_0 + \Delta k / 2} \cos(k \Delta L) dk \right]$$
$$= I_0 \left[ 1 + \frac{\sin \frac{\Delta k \Delta L}{2}}{\frac{\Delta k \Delta L}{2}} \cos(k_0 \Delta L) \right]$$

$$\gamma = \left| \frac{\sin(\Delta k \Delta L / 2)}{\Delta k \Delta L / 2} \right|$$



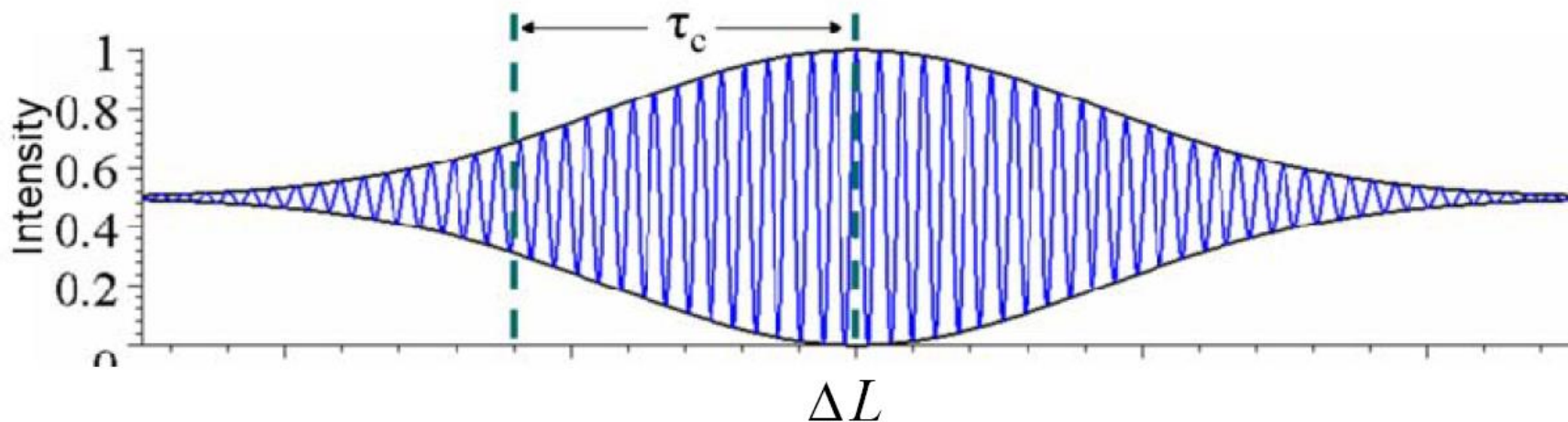
## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.3 光源非单色性对干涉条纹的影响

将反衬度第一次降为0时的光程差

$$\Delta L_M = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

定义为最大允许光程差。

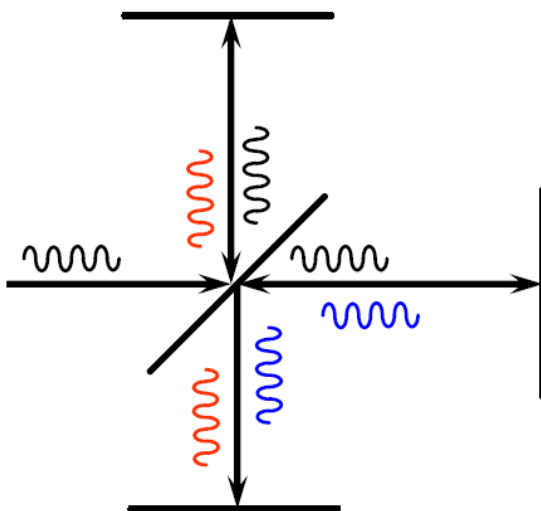


# § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

## 4.6 光场的时间相干性 (Temporal Coherence)

点光源的波场中沿波线相距多远的两点是相干的？

波列长度  $l_0$   
发光持续时间  $\tau_0$   
 $l_0 = v\tau_0$



单色平面波为： $\tilde{U}(x) = \tilde{A} e^{-ikx}$

线宽为  $\Delta k$  单色平面波为：

$$\tilde{U}(x) = \frac{\tilde{A}}{\Delta k} \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} e^{-ikx} dk = \tilde{A} \frac{\sin(\Delta kx / 2)}{\Delta kx / 2} e^{-ik_0 x}$$

## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.6 光场的时间相干性 (Temporal Coherence)

光源的时间相干性好坏，以相干长度或时间来衡量

振幅不是常数，分布为：

$$\left| \tilde{A} \frac{\sin(\Delta kx / 2)}{\Delta kx / 2} \right|$$

随 $x$ 的增大，振幅减小，在  $|x| = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$  振幅降为0，被

认为是波列的终点，故波列长度定义为： $L_0 = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

相应的传播时间定义为相干时间：

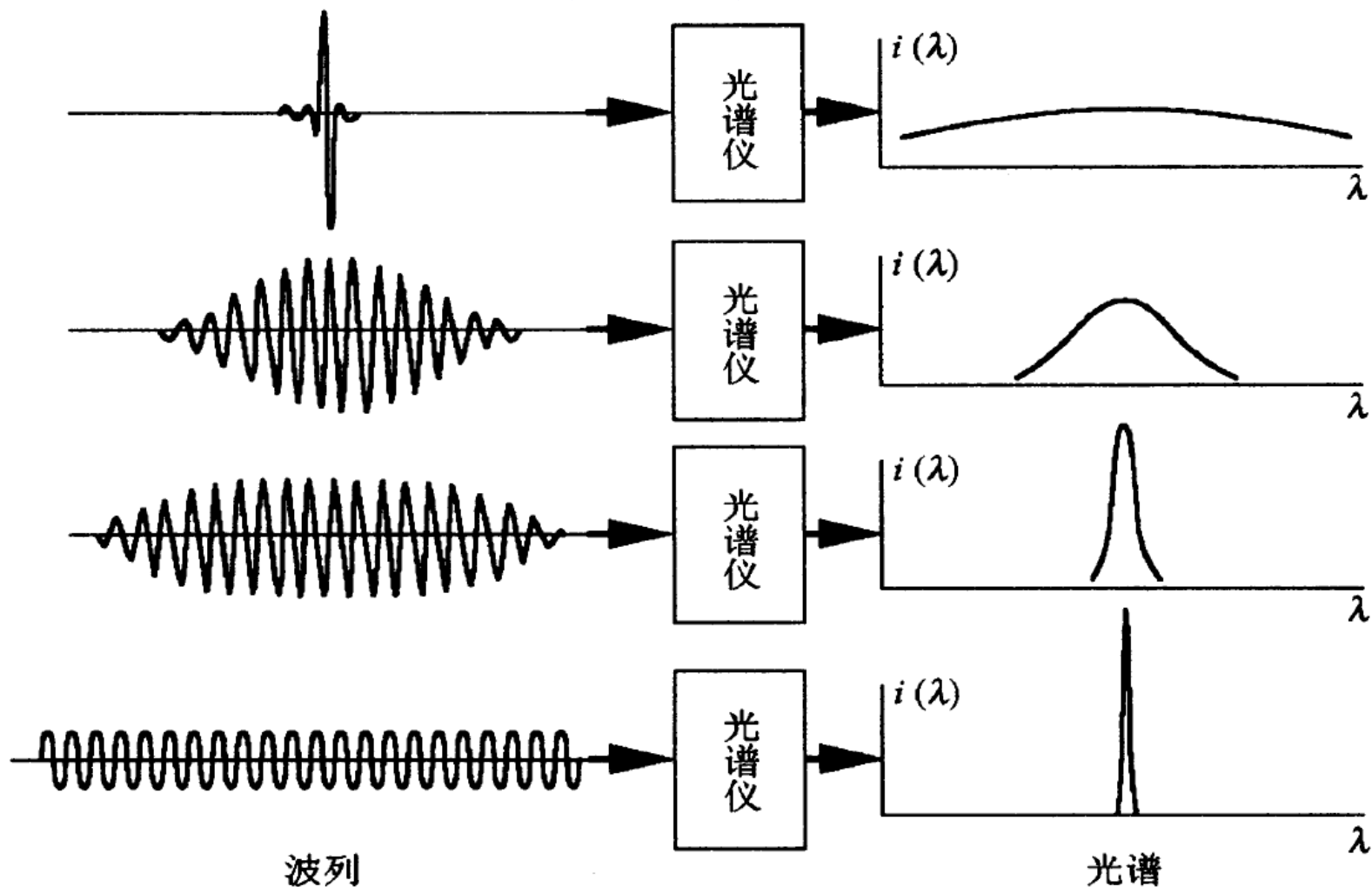
$$\tau_0 = \frac{L_0}{c} \approx \frac{1}{\Delta\nu}$$

$$\tau_0 \Delta\nu \approx 1$$

时间相干性的反比公式。

# 相干长度（或相干时间）和单色性的关系

波列的空间长度和持续时间都是与谱线的宽度成反比的

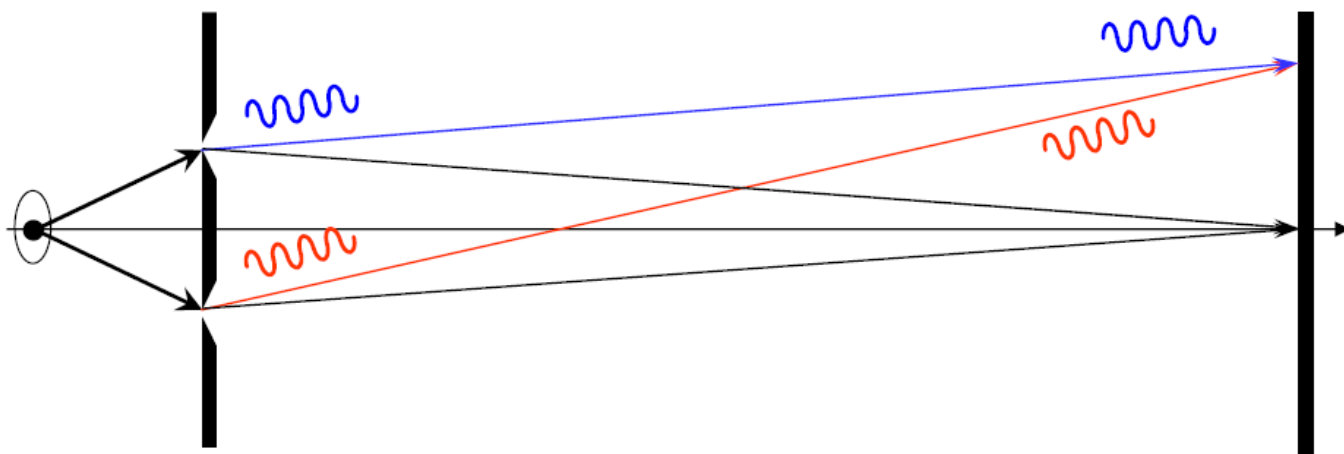


## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.7 光场相干性小结

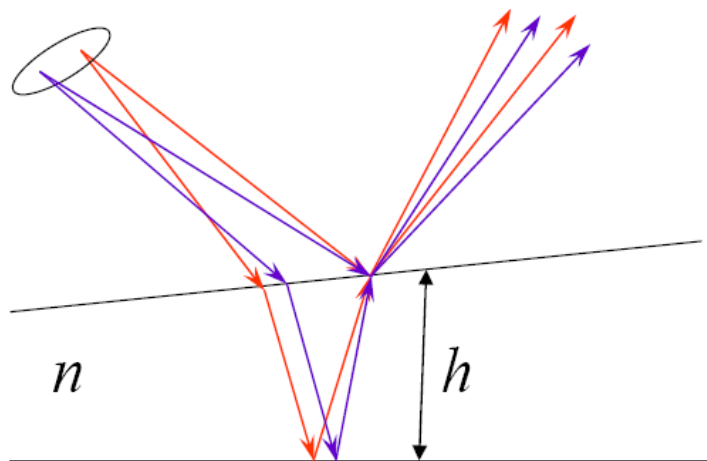
- i) 从本质上看：空间相干性来源于扩展光源不同部分发光的独立性；时间相干性来源于光源发光过程在时间上的断续性。

从后果上看：空间相干性主要表现在波场的横向（波前）上，集中体现在分波前干涉装置中；时间相干性则主要表现在波场的纵向（波线）上，集中体现在分振幅干涉装置中



## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### 4.7 光场相干性小结



ii) 空间相干性:  $\Delta \theta b \sim \lambda$

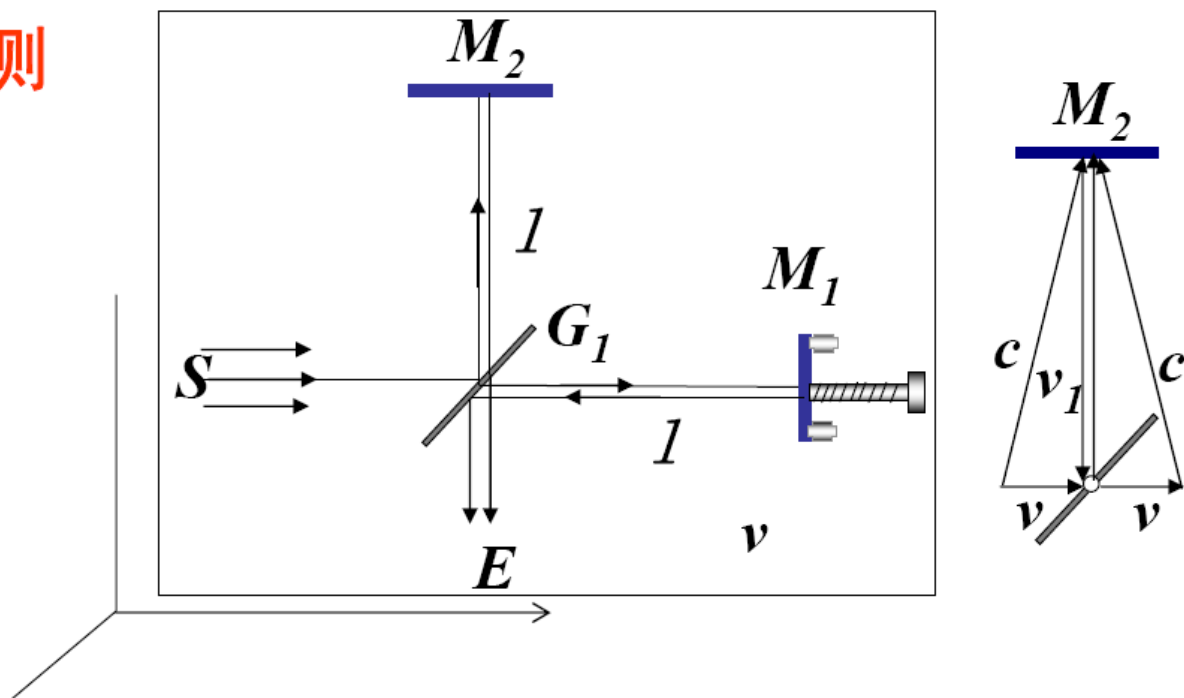
时间相干性:  $\tau_0 \Delta \nu \sim 1$

iii) 相干区域和相干时间都不是一个绝对的界限，实际上相干区域和相干时间内也有非相干的成分，而相干区域和相干时间之外，也有相干的成分，只是主导地位的不同，部分相干是最为普遍的，而反衬度则是相干程度的一种度量。

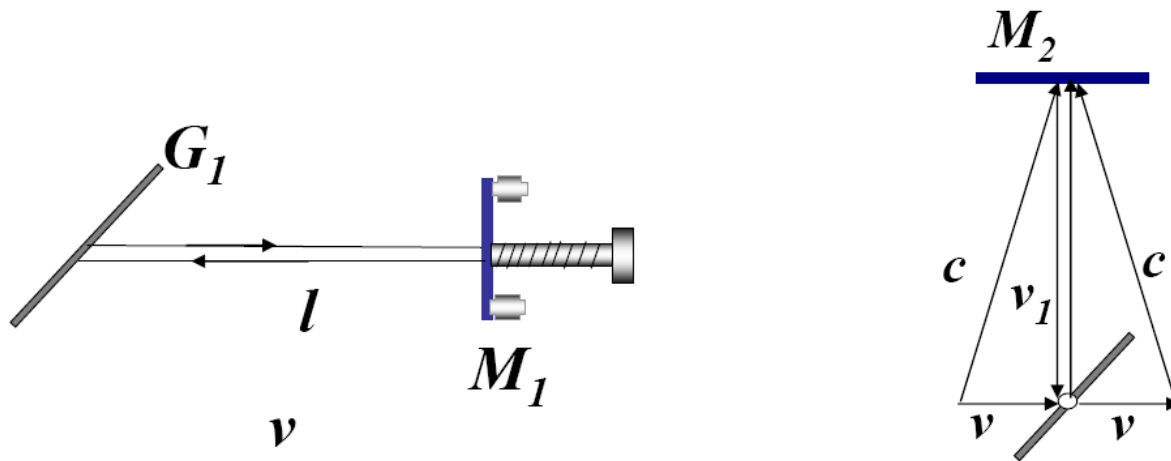
## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

### ★ 迈克尔孙干涉仪的应用

#### “以太”探测



设实验室相对以太的速度为 $v$ ，在以太系中看，光在真空中沿各个方向的速度都为 $c$ ，根据经典力学的伽利略变换，在实验室系中，光在真空中的速度不再等于 $c$ ，而是各向异性。



$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \approx \frac{2l}{c} \cdot \left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)$$

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx \frac{2l}{c} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)$$

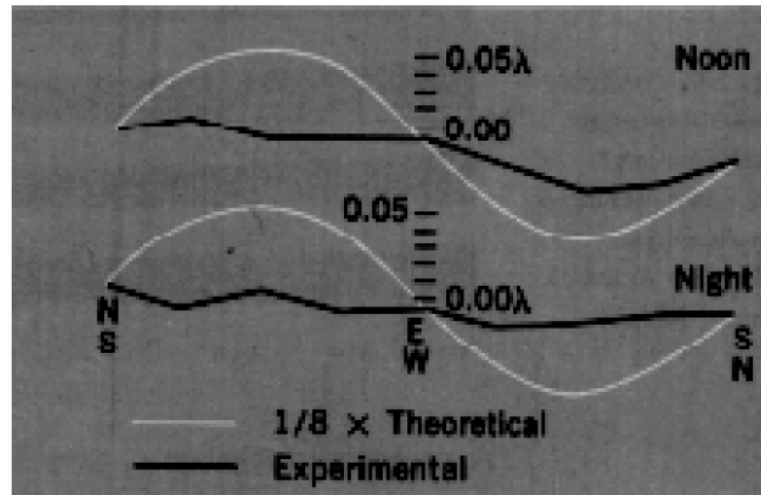
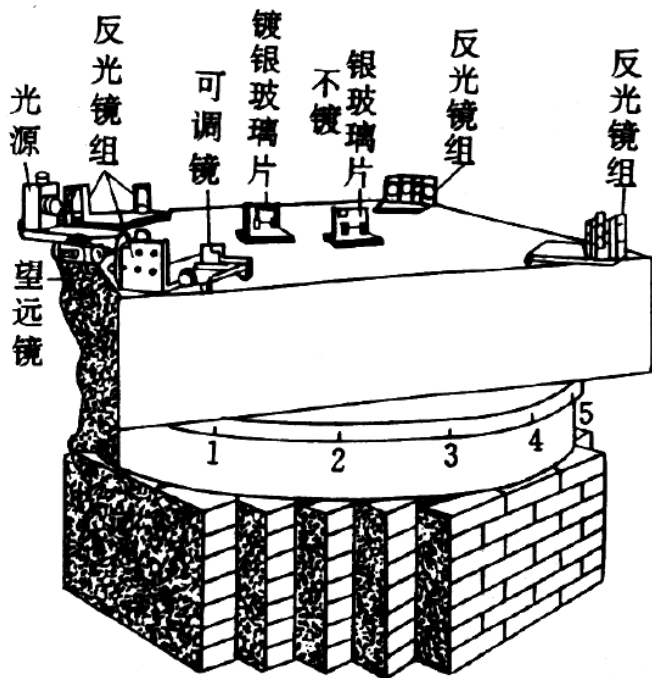


$$\Delta L_0 = c\Delta t = c(t_1 - t_2) = l\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

将干涉仪沿垂直轴旋转90°，时间差或光程差改变了正负号，在旋转过程中，相对于观察点光程差有一个改变量：

$$\delta(\Delta L) = 2\Delta L_0 \approx 2l\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

在旋转中应该观察到干涉条纹的移动。



## 实验结果和理论计算值

光源为钠黄光， $\lambda=590\text{nm}$ ，地球公转和自转的速度估计为 $v=30\text{km/s}$ ，臂长 $l=11\text{m}$ ，可以推算条纹移动 $\Delta N=0.4$ 。但是没有观察到条纹移动。

零的结果最终导致人们摒弃伽利略变换，寻求与相对性原理和麦克斯韦电磁理论统一的新时空观，产生了狭义相对论。

## § 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性

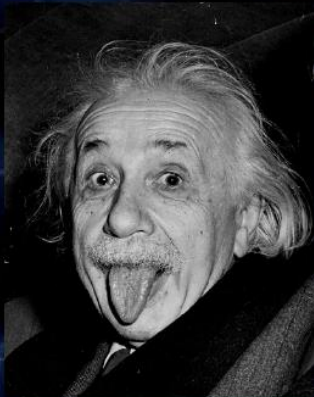
### ★ 麦克耳孙干涉仪的应用

#### 引力波的探测

根据爱因斯坦的广义相对论，引力是由空间与时间几何的变化引起的：空间、时间在质量附近弯曲。

以表彰他们发现了一种新型的脉冲星，这一发现为研究引力开辟了新的可能性。

1993 Nobel Laureate

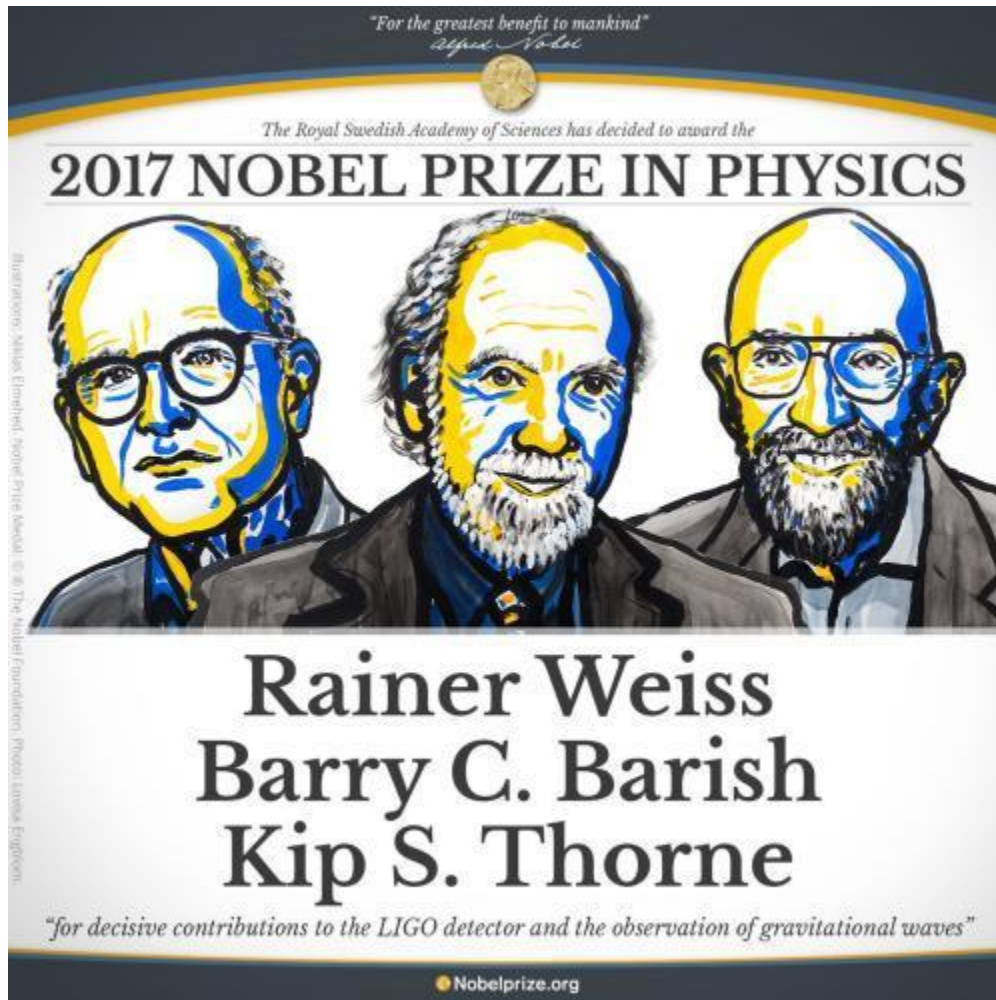


Russell A. Hulse



Joseph H. Taylor, Jr.

§ 4 迈克尔孙干涉仪，光场的时间相干性  
★ 麦克耳孙干涉仪的应用



2017年诺贝尔物理学奖被分为两半，一半授予雷纳·韦斯，另一半共同授予巴瑞·巴瑞斯和吉普·索恩，以表彰他们“对于LIGO探测器和引力波探测的重大贡献”。





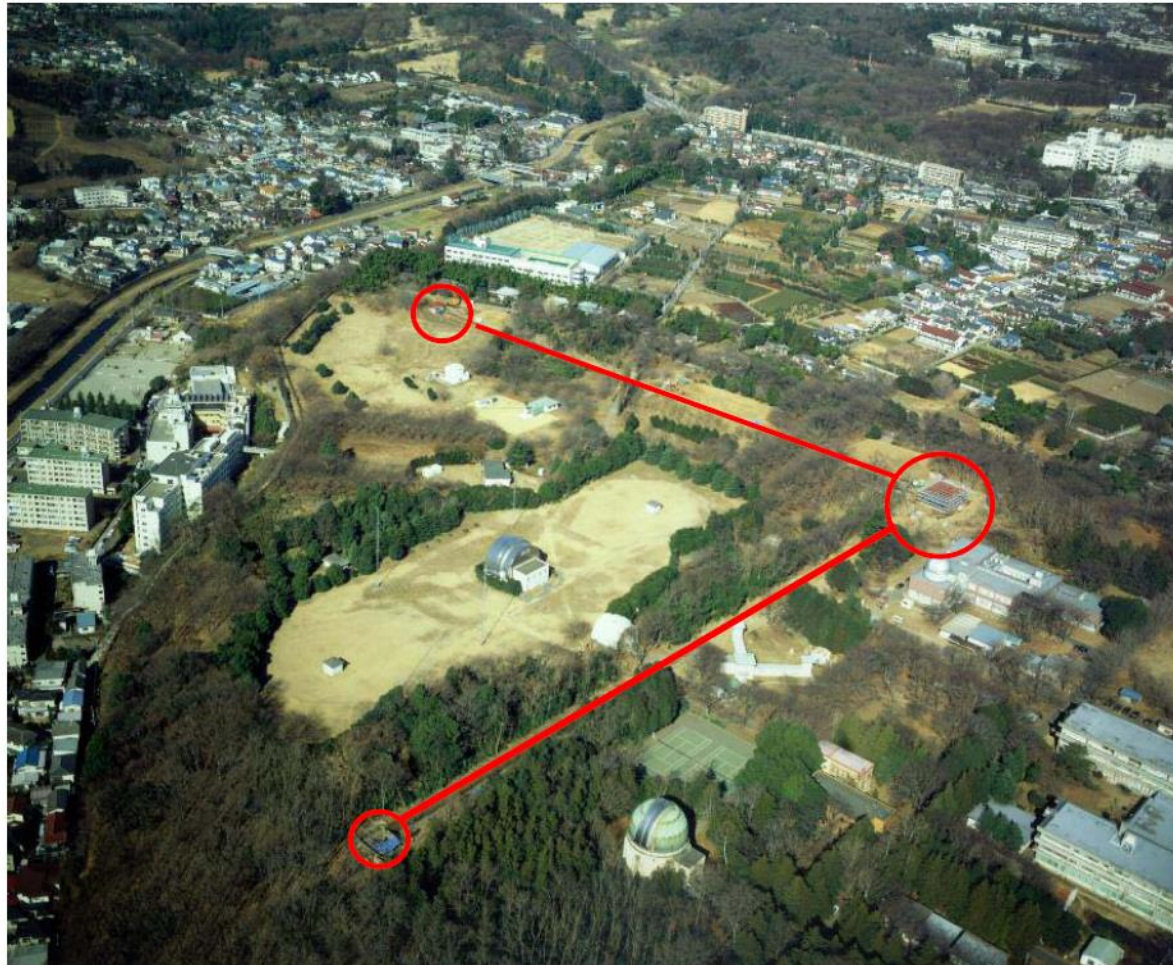
**Bird's eye view of the LIGO detector sites at Livingston (left) and Hanford (right).**





**Virgo is a Michelson based interferometer with 3 km long arms located near Pisa, Italy.**



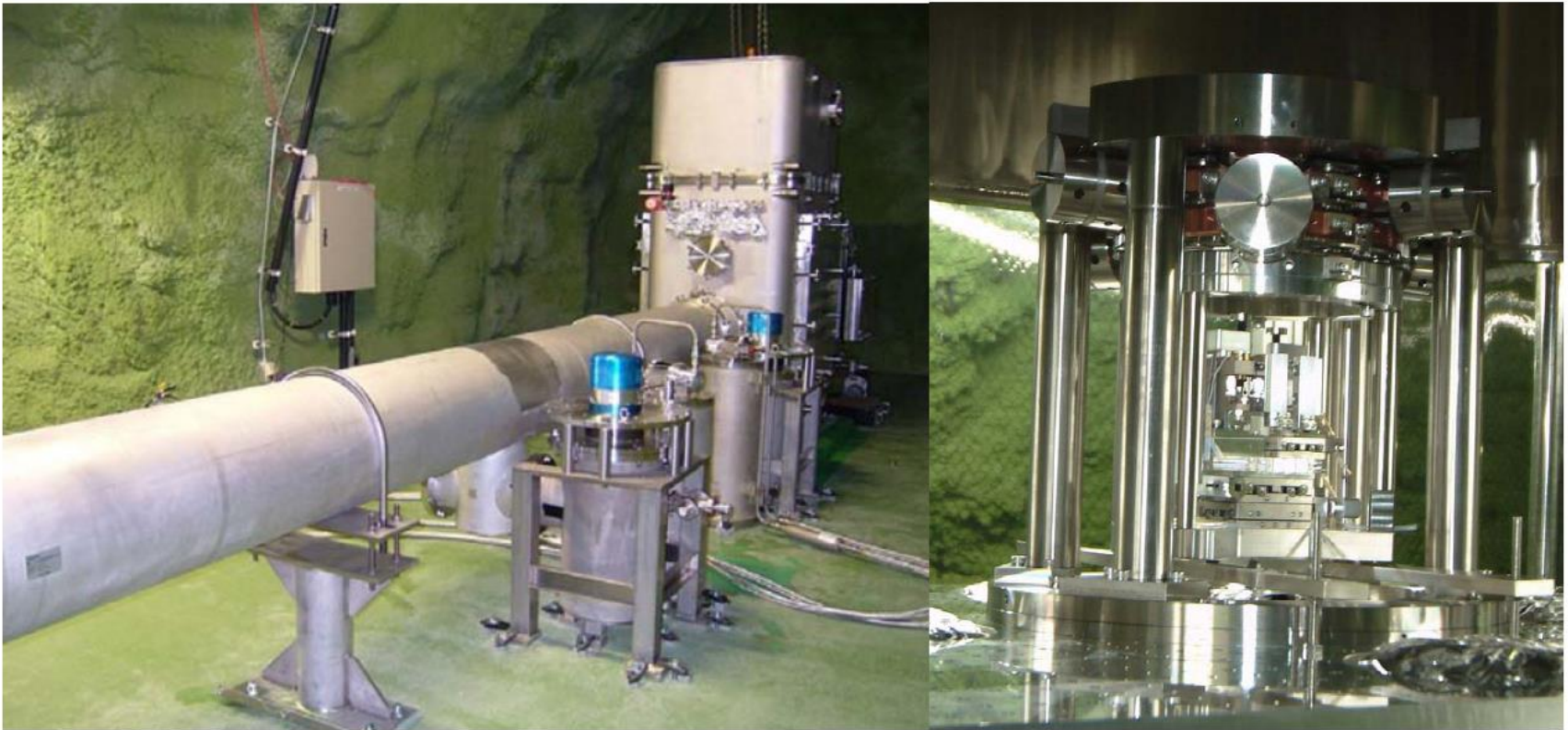


**The baseline length of TAMA is 300m and it is placed underground at the Mitaka campus of the National Astronomical Observatory of Japan (NAOJ) in the west suburb of Tokyo.**



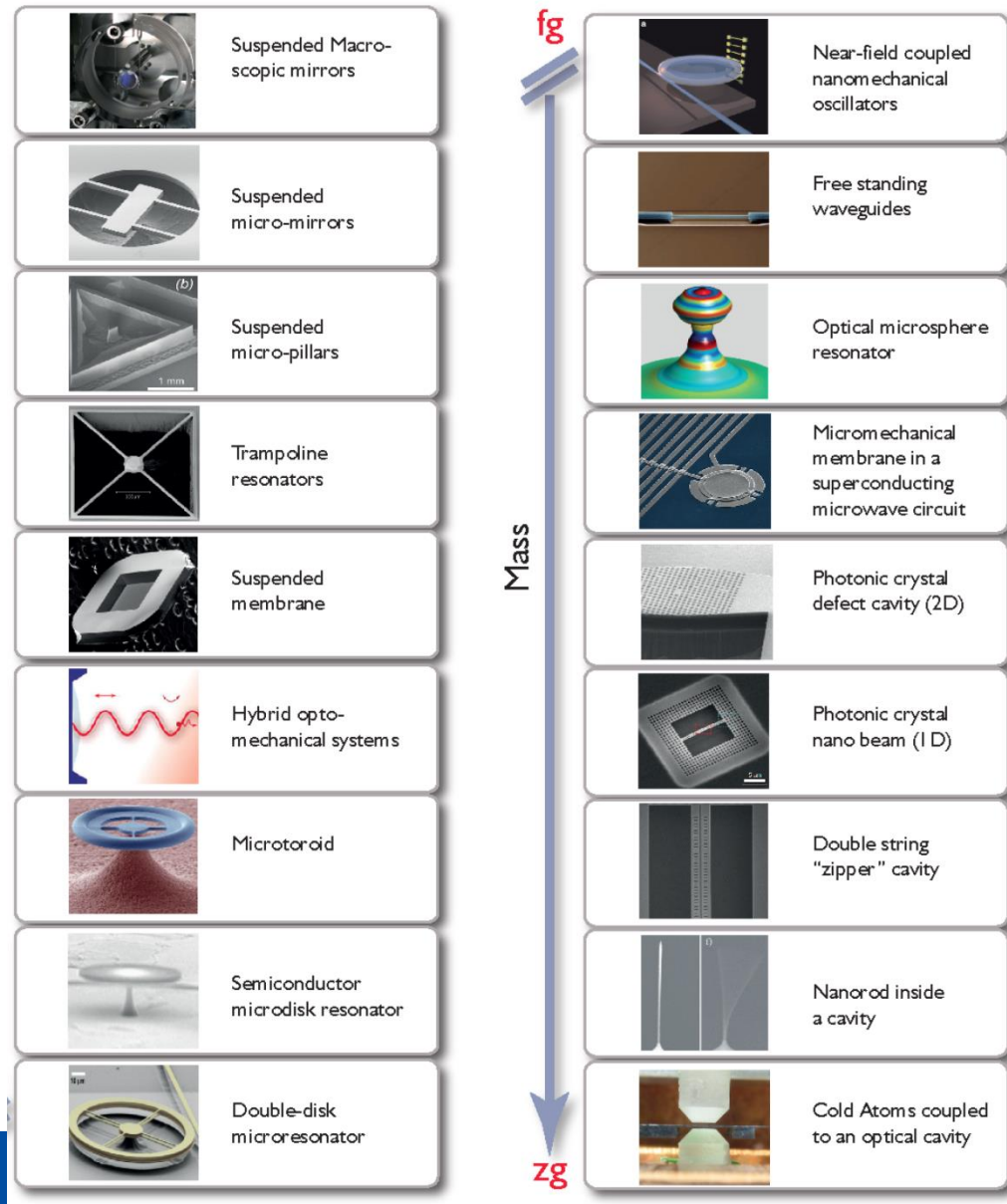
**GEO600 is a German/UK interferometer of 600 m arm length situated near Hannover. Construction and installation of GEO600 concluded in 2002.**





**CLIO (Cryogenic Laser Interferometer Observatory) is an optical interferometer with two perpendicular arms 1000 m long. Uniquely, the mirrors are cooled to 20 K. This reduces various thermal noise sources which trouble other gravity observatories. (Japan)**

# Cavity Optomechanics



## 作业

p.329-330: 2, 3, 4, 6, 7

思考题：设想一下，Michelson干涉仪还有那些可能的应用？