3-02 分波前干涉、空间相干性

光是波 ⇄ **波的干涉**

干涉的条件：

1.相同的频率；

2.存在平行的振动分量；

存在不可区分性

3.相位差稳定。

干涉条纹反衬度（可见度）：

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

$$\begin{cases} \gamma = 1 & \text{暗纹全黑，干涉条纹反差最大} \\ 0 < \gamma < 1 & \text{暗纹非全黑} \\ \gamma = 0 & \text{完全无暗纹，无干涉} \end{cases}$$

1. 两个相干点光源的干涉

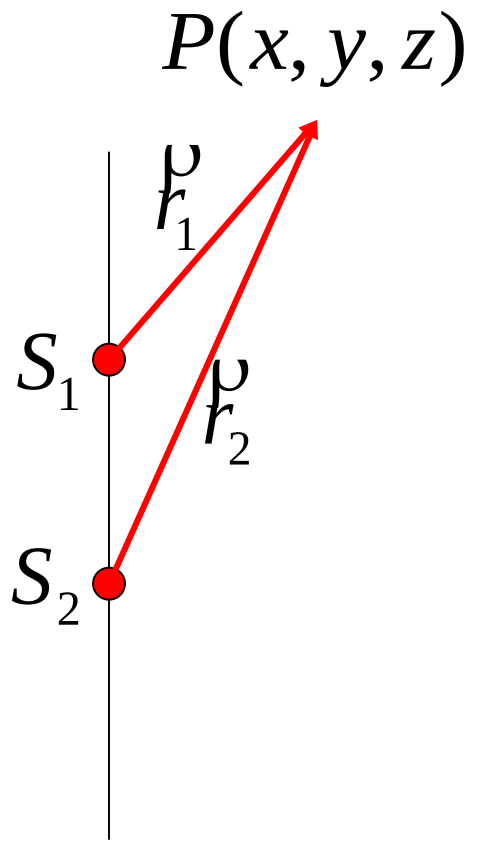
S_1,S_2 发出球面波，在场点P相遇

$$\psi_1 = A_1 \cos(k_1 r_1 - \omega t + \varphi_{01})$$

$$= A_1 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} n_1 r_1 - \omega t + \varphi_{01})$$

$$\psi_2 = A_2 \cos(k_2 r_2 - \omega t + \varphi_{02})$$

$$= A_2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} n_2 r_2 - \omega t + \varphi_{02})$$



光程差 $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$

可设初位相均为零，位相差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$$

在真空中

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

干涉相长

$$\delta = r_2 - r_1 = j\lambda$$

干涉相消

$$\delta = r_2 - r_1 = (2j+1)\frac{\lambda}{2}$$

j=0，1，2，3，4，……， 干涉级数

干涉后光强：（假设 $|A_1|=|A_2|\equiv A$ ）

$$I(P)=|\Psi_1+\Psi_2|^2$$

$$=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1(P)I_2(P)}\cos\Delta\varphi$$

$$=|A_1|^2+|A_2|^2+2|A_1||A_2|\cos\Delta\varphi$$

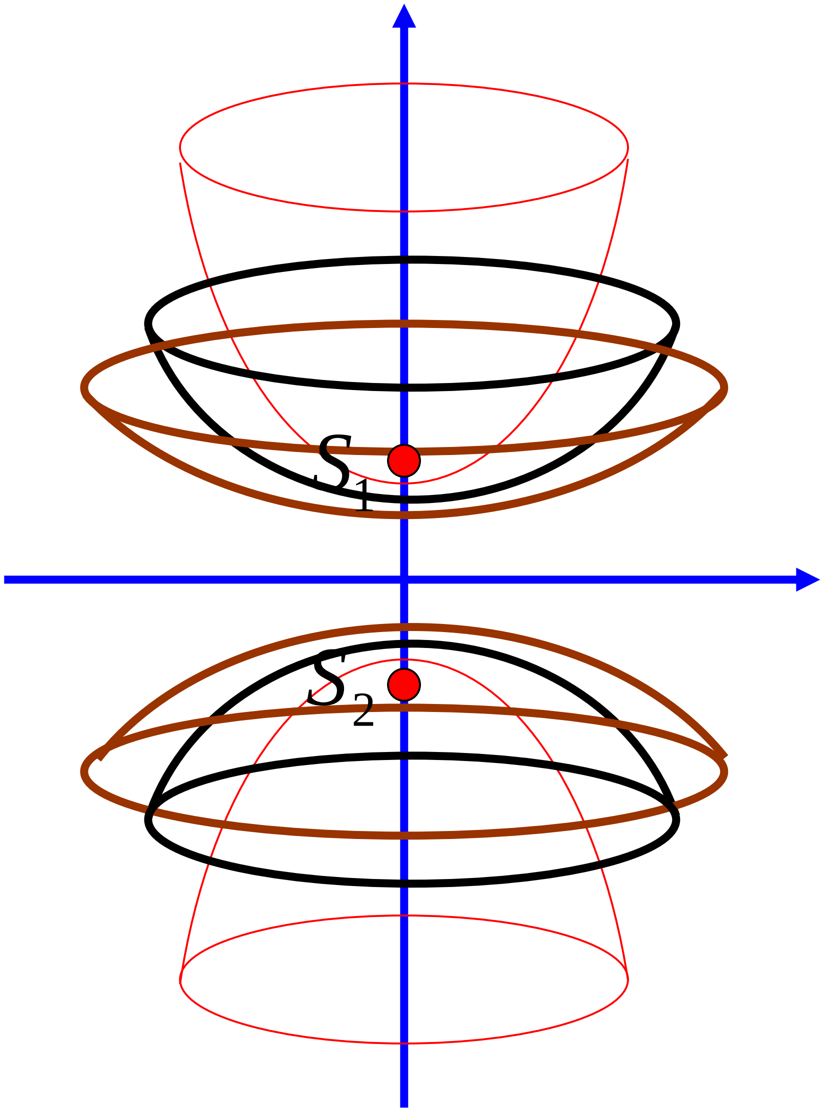
$$=2A^2(1+\cos\Delta\varphi)$$

$$=4A^2\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

干涉现象：

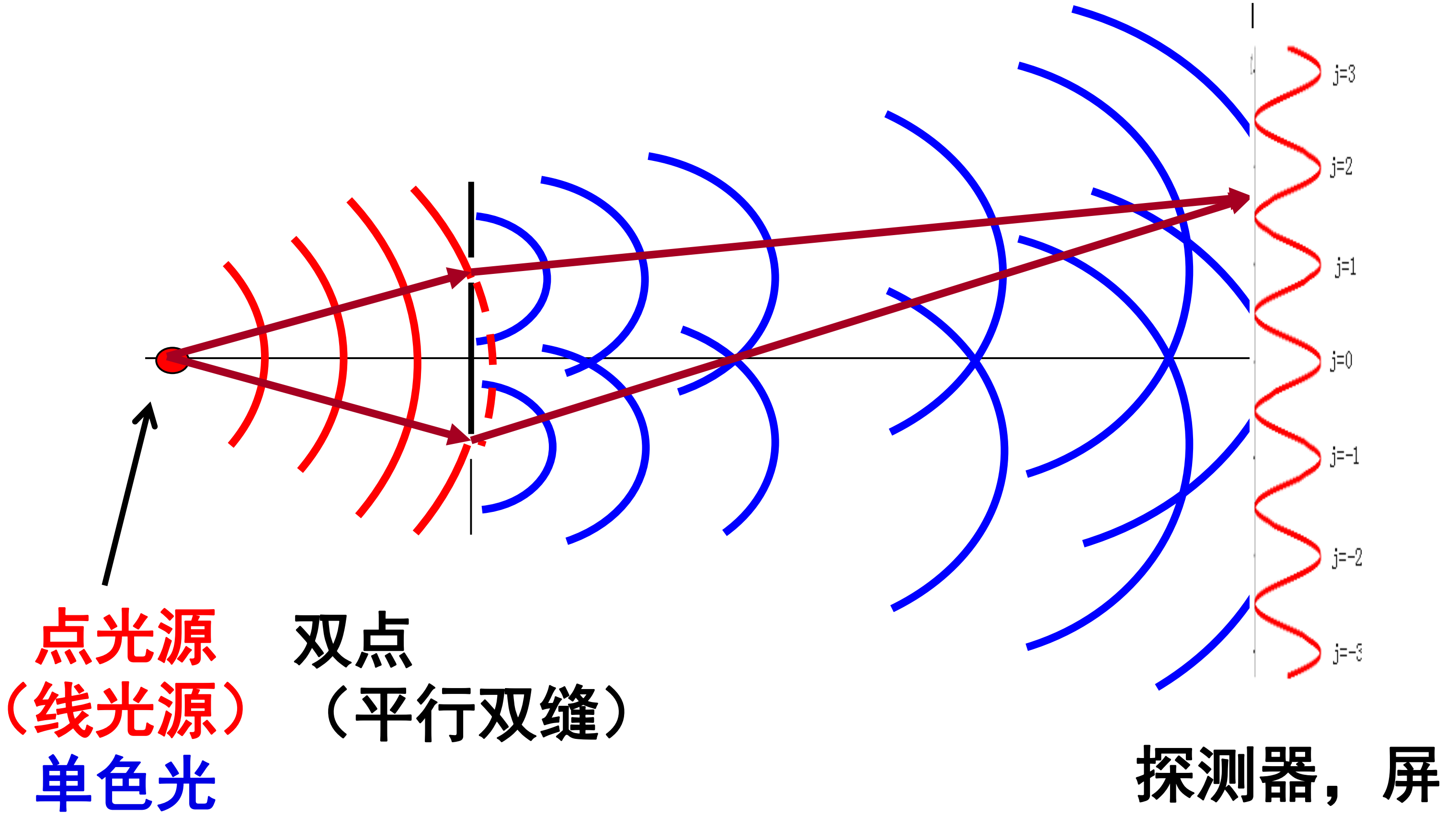
1. 交错的亮条纹和暗条纹在空间形成一系列双叶旋转双曲面。在平面接收屏上为一组双曲线，明暗交错分布。

2. 干涉条纹为非定域的，空间各处均可见到。

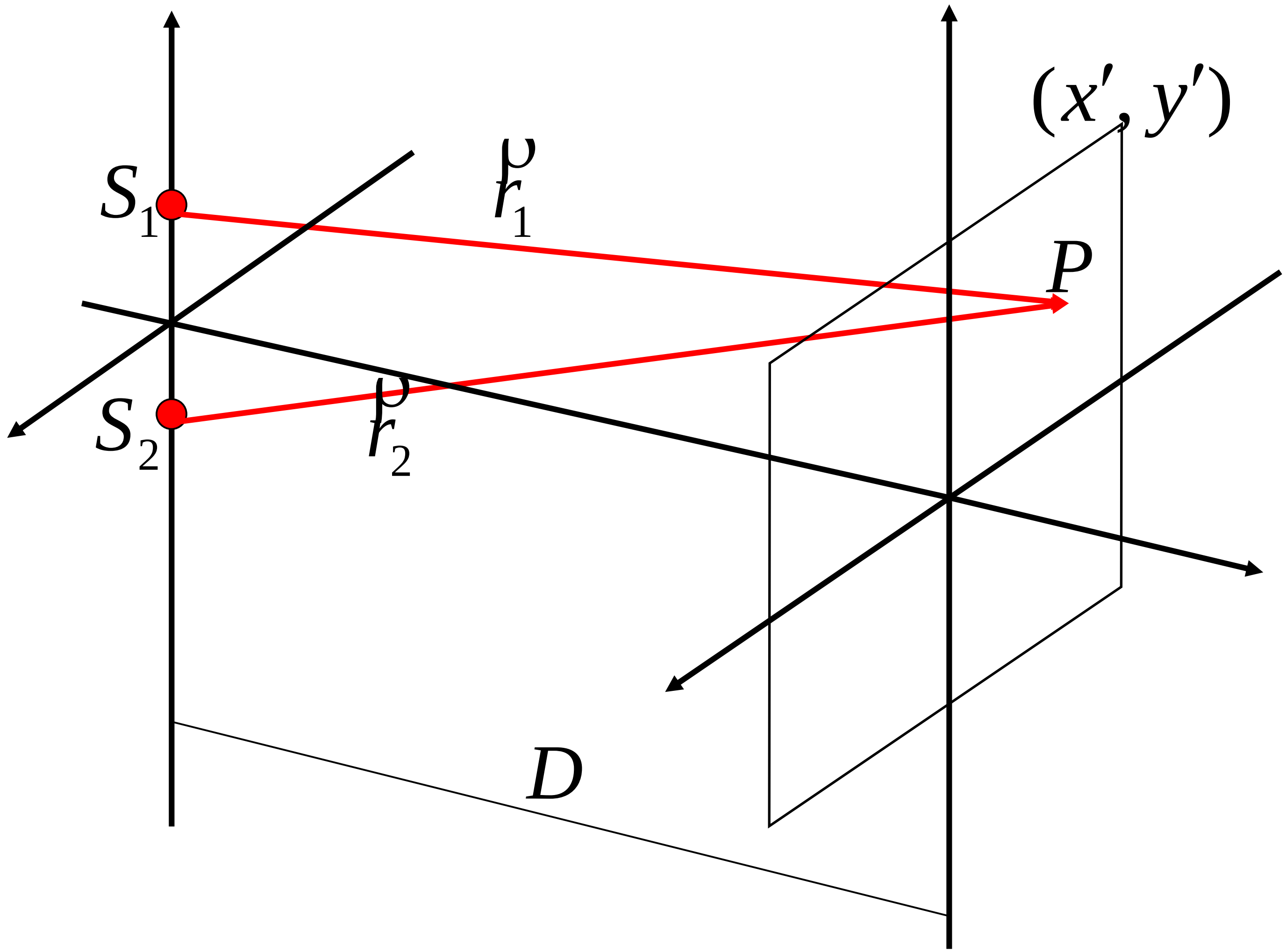


2. 杨氏双缝干涉

1802年，英国科学家托马斯.杨（Thomas Young**）设计实验演示光的干涉---杨氏双缝干涉实验（**Double-slit experiment**）**



- 两点光源间距为d，可以求得发出的光波在屏上的复振幅
- 光源到双缝距离相等
- D>>d



$$\tilde{U}_1(x',y')=\frac{A}{D}\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}\exp(\frac{-ikd}{2D}x')$$

$$\tilde{U}_2(x',y')=\frac{A}{D}\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}\exp(\frac{ikd}{2D}x')$$

合成的复振幅为：

$$\tilde{U}(x',y')=\tilde{U}_1(x',y')+\tilde{U}_2(x',y')=$$

$$\frac{A}{D}\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}[\exp(\frac{-ikd}{2D}x')+\exp(\frac{-ikd}{2D}x')]$$

$$=\frac{2A}{D}\exp\{ik[D+\frac{(d/2)^2+x'^2+y'^2}{2D}]\}\cos(\frac{kd}{2D}x')$$

光强分布：

$$I=\left(\frac{2A}{D}\right)^2\cos^2(\frac{kd}{2D}x')=4\left(\frac{A}{D}\right)^2\cos^2(\frac{kd}{2D}x')$$

$$=4I_0\cos^2(\frac{kd}{2D}x')$$

$$I_0=(\frac{A}{D})^2$$ 从一个孔中出射的光波在屏中心的强度

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{kd}{2D}x'\right)$$

干涉相长（亮条纹）

$$\frac{kd}{2D}x' = j\pi \Rightarrow \quad x' = j\pi\frac{2D}{kd} = j\frac{D}{d}\lambda$$

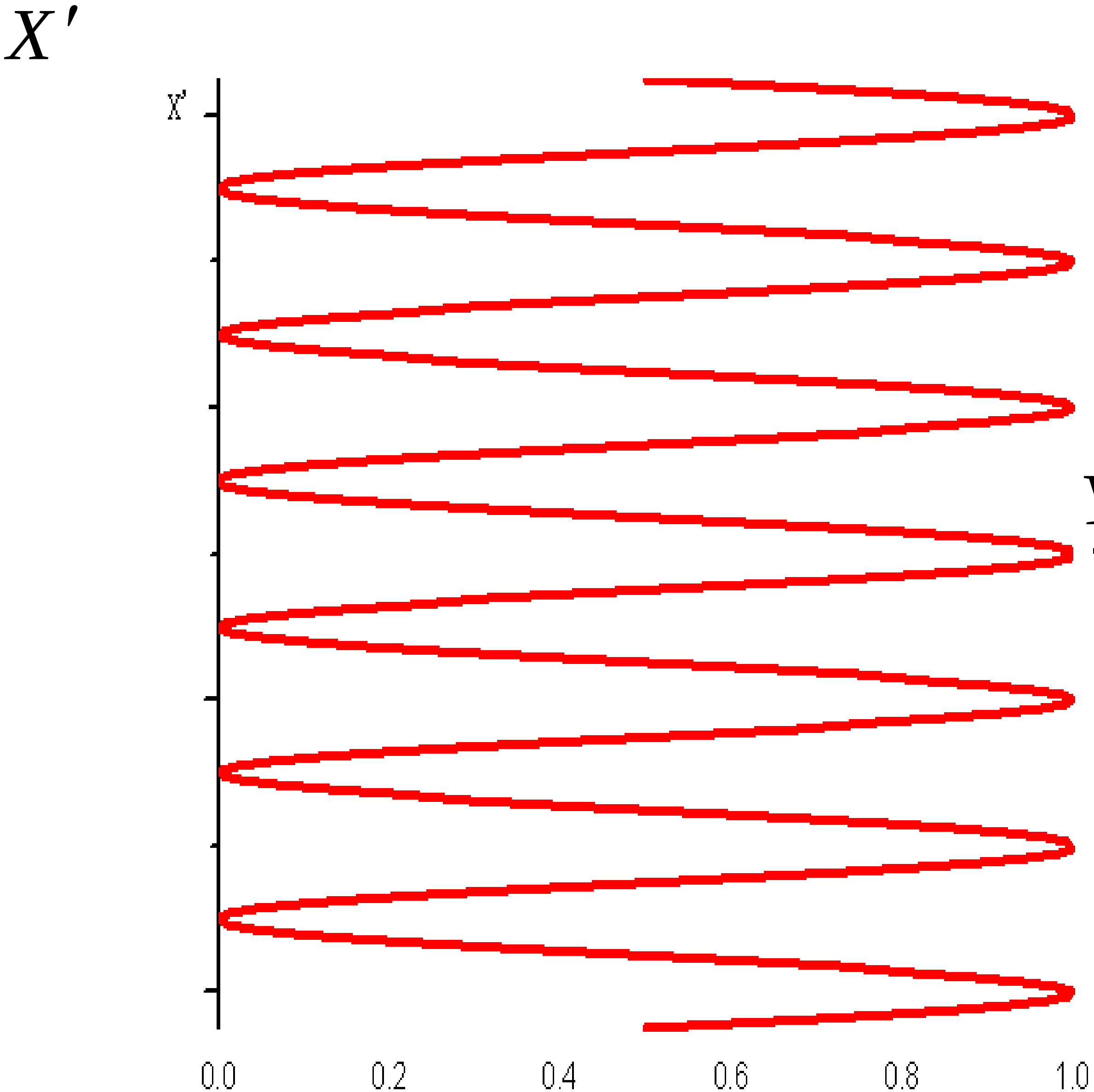
干涉相消（暗条纹）

$$\frac{kd}{2D}x' = (2j+1)\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow$$

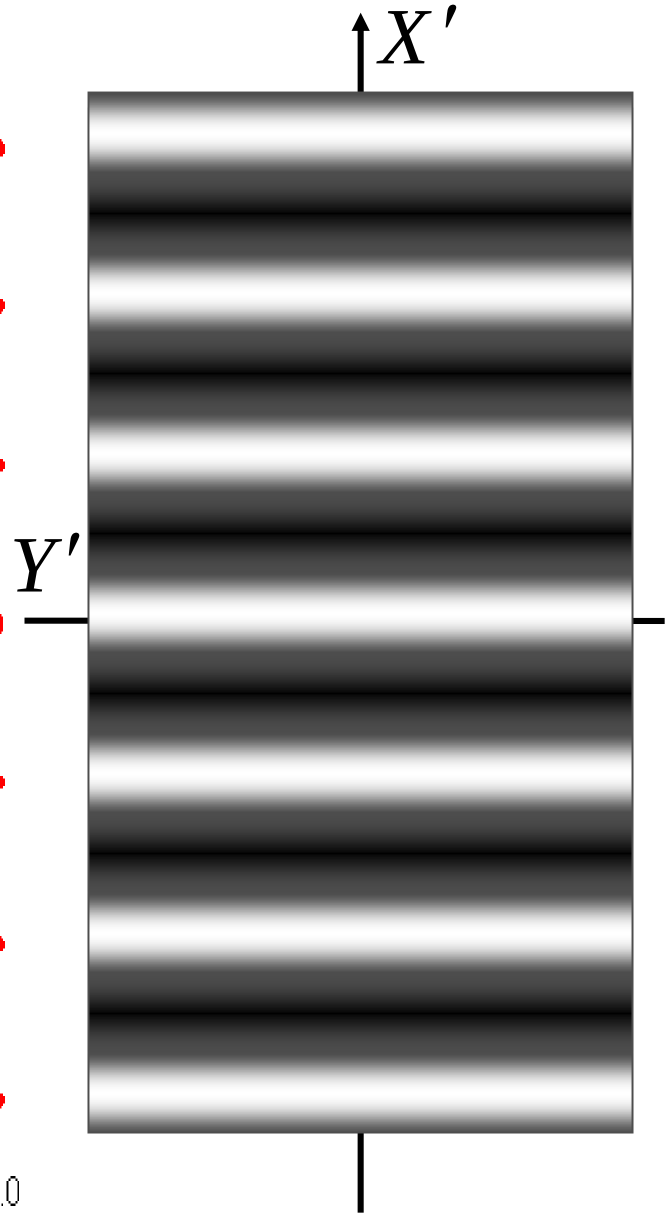
$$x' = (2j+1)\frac{\pi}{2}\frac{2D}{kd} = \frac{2j+1}{2}\frac{D}{d}\lambda$$

线光源+平行双缝→平行的明暗相间干涉条纹

相邻亮（暗）条纹间隔 $\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$



X'
X'
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0



X'
Y'

讨论：

1. 如光源和接收屏之间充满介质，则条纹间距为

$$x' = j\pi \frac{2D}{kd} = j\frac{D}{d}\frac{\lambda}{n}$$

相邻亮（暗）条纹间隔 $\Delta x = \frac{D}{d}\frac{\lambda}{n}$

2. 如光源向某方向移动，则条纹反向移动。

3. 如光源包含两个波长的单色光，则屏幕上有两套间距不同的条纹存在。

4. 可应用在波长测量等。

思考：

1. 如果光源非单色光？----光场时间相干性
2. 如果光源有限宽度？----光场空间相干性，单缝衍射
3. 如果光强慢慢减小，甚至每次都是一个光子？

----量子光学和量子理论

4. 如果用电子代替光子？----检验波动性，波粒二象性

存在不可区分性 → 干涉

分波前干涉与光场空间相干性

1 各种分波前干涉装置

i）杨氏双缝

ii）菲涅耳双面镜

iii）菲涅耳双棱镜

iv）洛埃（H.Lloyd）镜

2 条纹的形状与间距

3 干涉条纹的移动

4 光源宽度对干涉条纹反衬度的影响

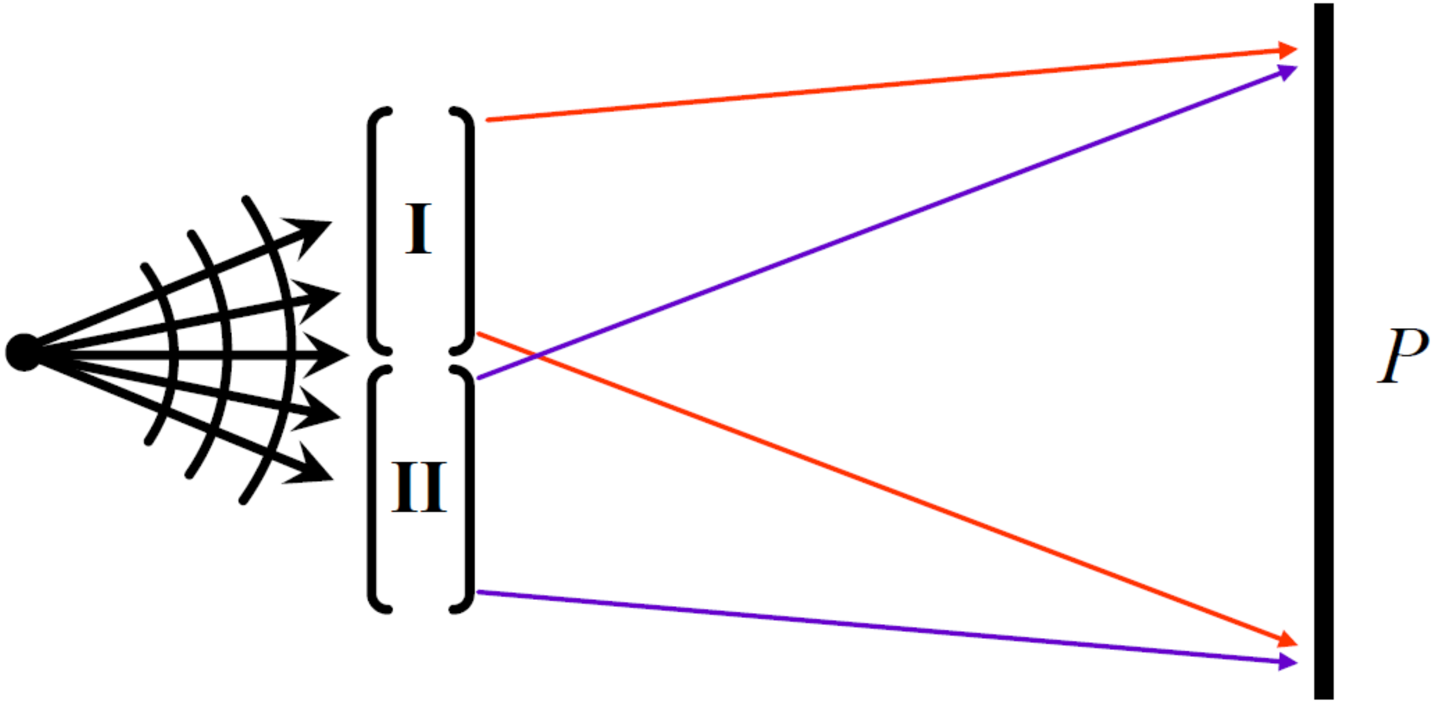
5 光场的空间相干性

利用光具组将同一列波分解，使它们经过不同的途径后重新相遇，由于这样的两列波由同一列波分解而来，它们频率相同，位相差稳定，振动方向也可做到基本平行，因而满足相干条件，能产生干涉图样。实际的干涉装置按分解波列的方法不同分为两种：

i）**分波前法**将点光源的波前分割为两部分的波列分解法称为分波前法，杨氏双缝是分波前法的典型代表

ii）**分振幅法**利用两种媒质的界面将振幅分解为反射和透射两部分的波列分解法称为分振幅法。分振幅法的典型代表是薄膜干涉和迈克尔逊干涉仪。

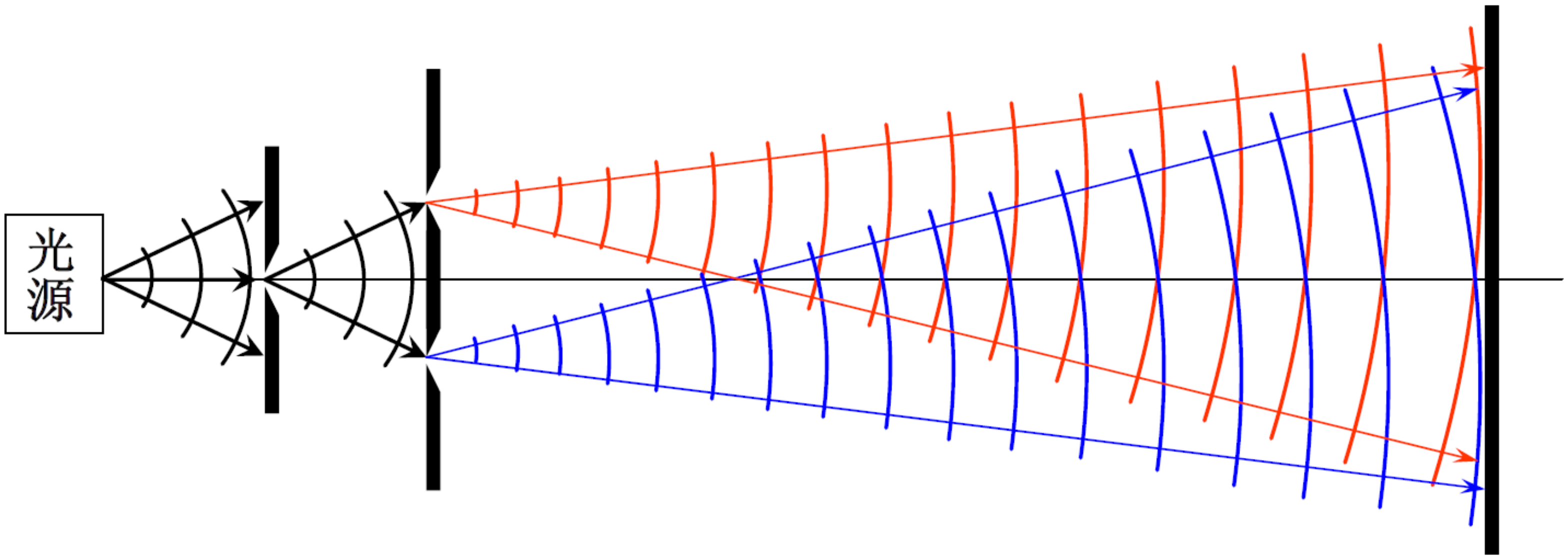
1. 各种分波前干涉装置



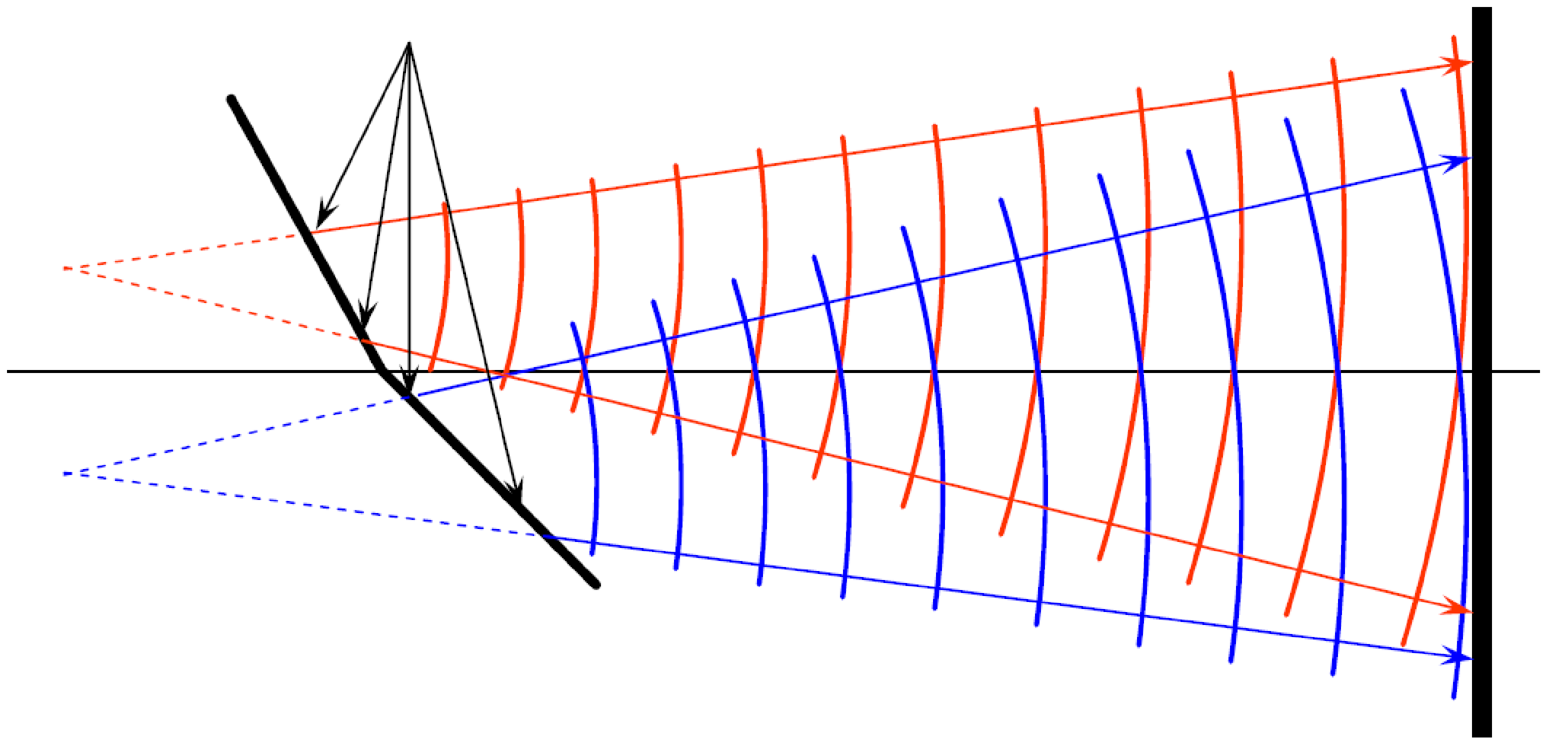
$$\begin{cases} \varphi_1(P) = \varphi_0 + \dfrac{2\pi}{\lambda}(SIP) \\ \varphi_2(P) = \varphi_0 + \dfrac{2\pi}{\lambda}(SIIP) \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi(P) = \frac{2\pi}{\lambda}[(SIP) - (SIIP)]$$

φ_0 $\varphi_1(P)$ $\varphi_2(P)$ 都是不稳定的，但 $\Delta\varphi(P)$ 是稳定的！

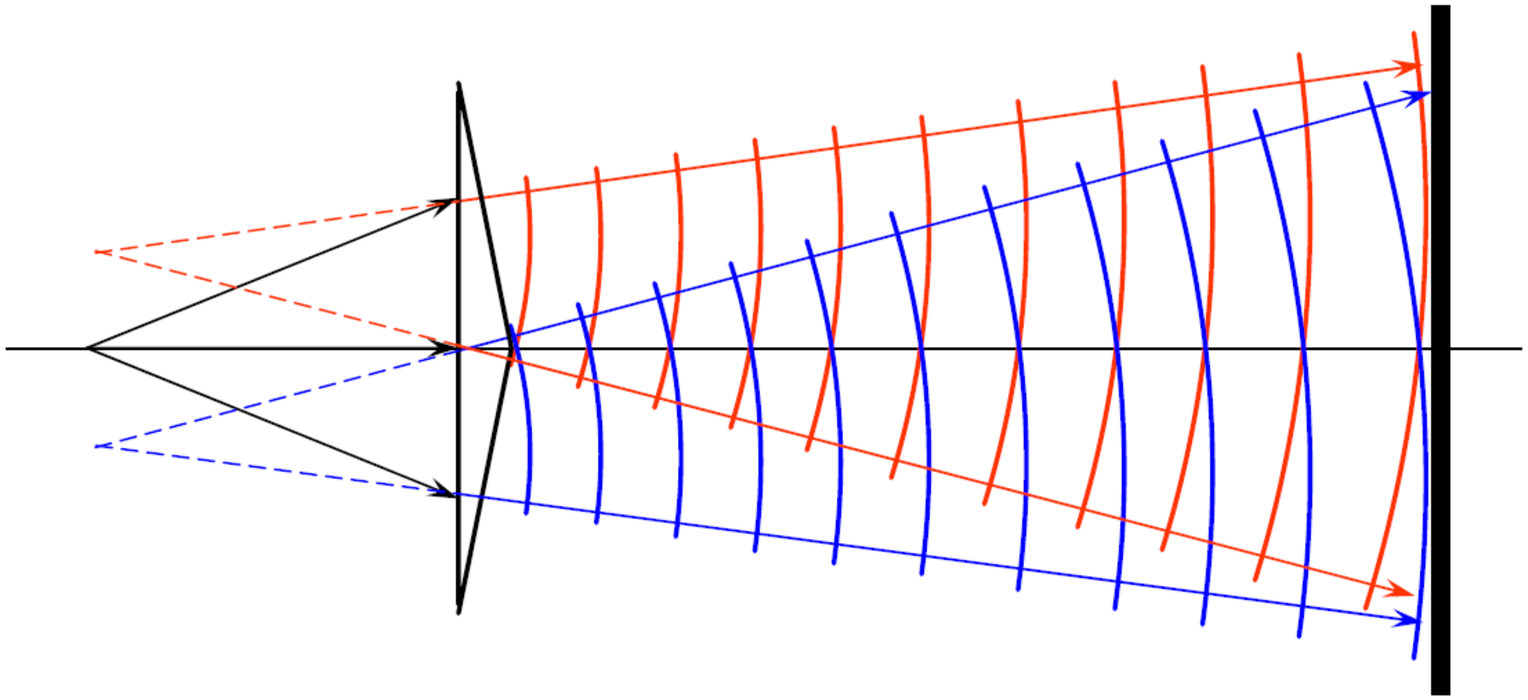
i）杨氏双缝



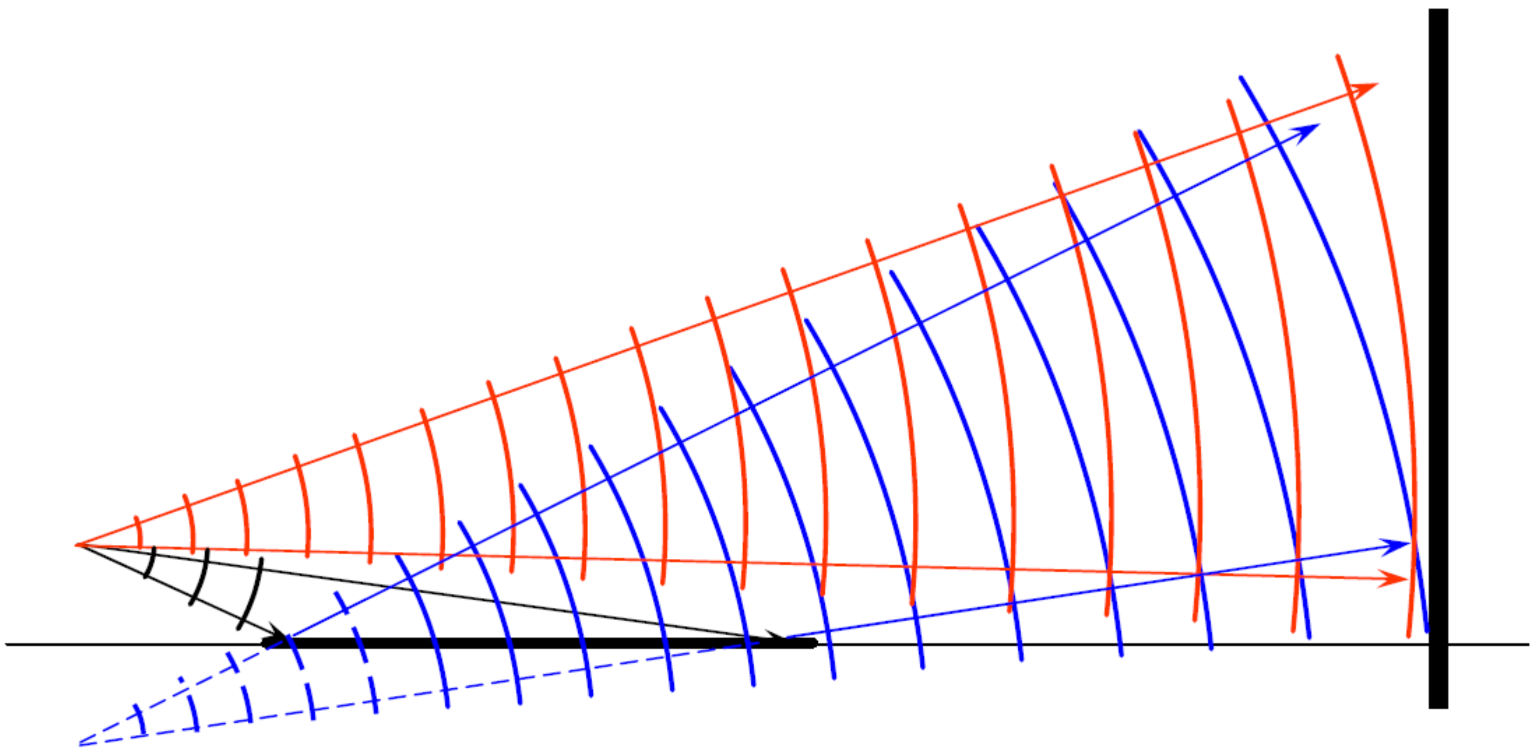
ii）菲涅耳双面镜



iii）菲涅耳双棱镜



iv）洛埃（H.Lloyd）镜

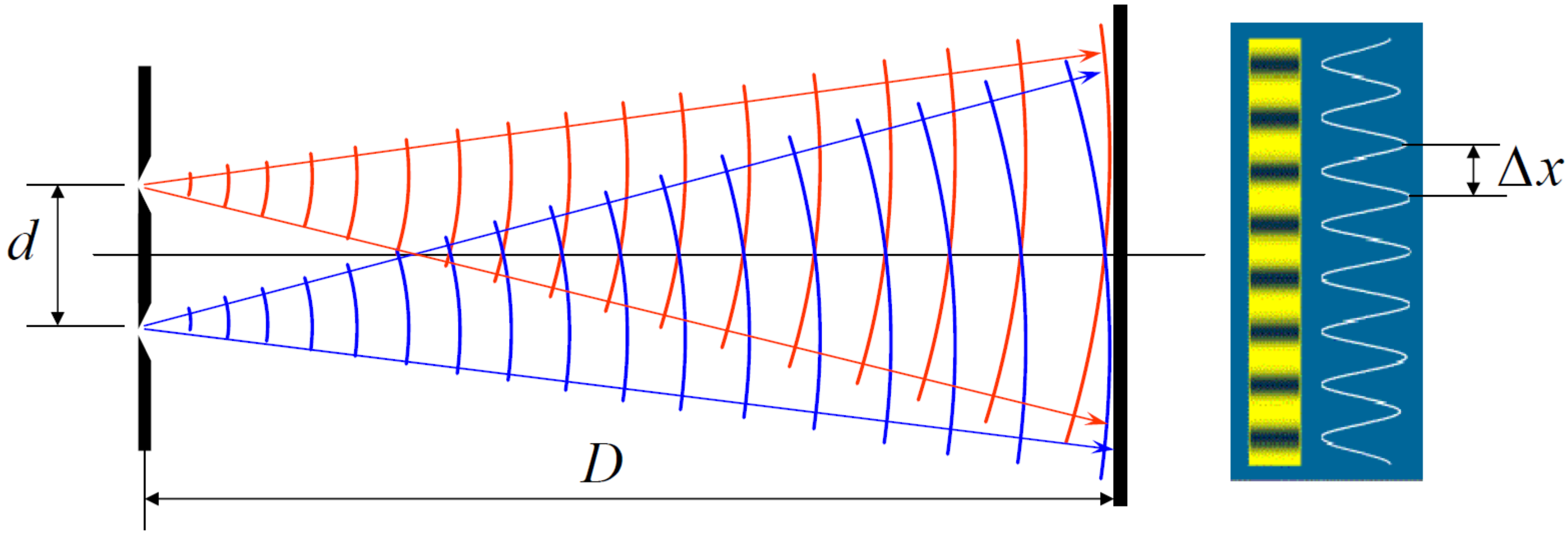


2. 条纹的形状与间距

性质：近似的一组平行直线

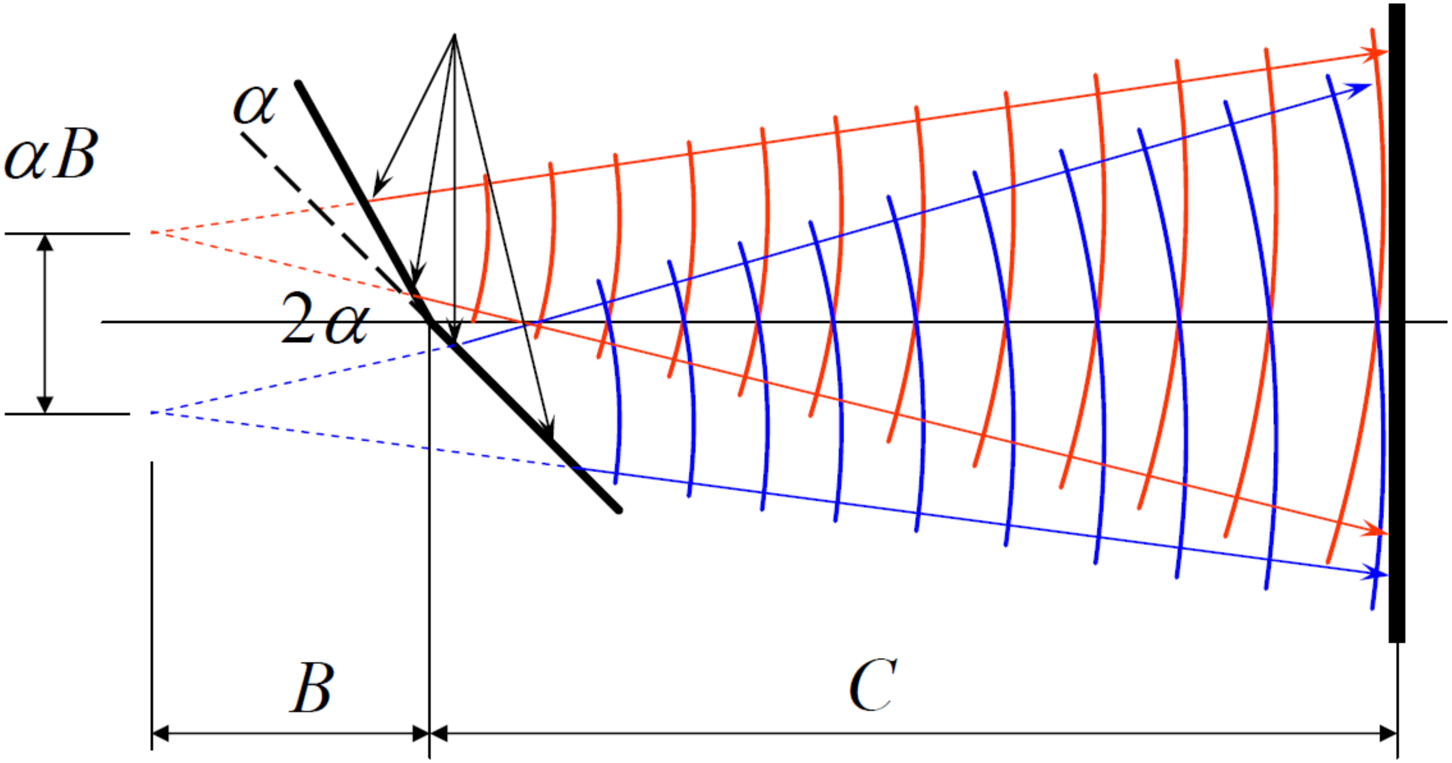
间距：杨氏双缝

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$



间距：菲涅耳双面镜

$$d = 2\alpha B$$

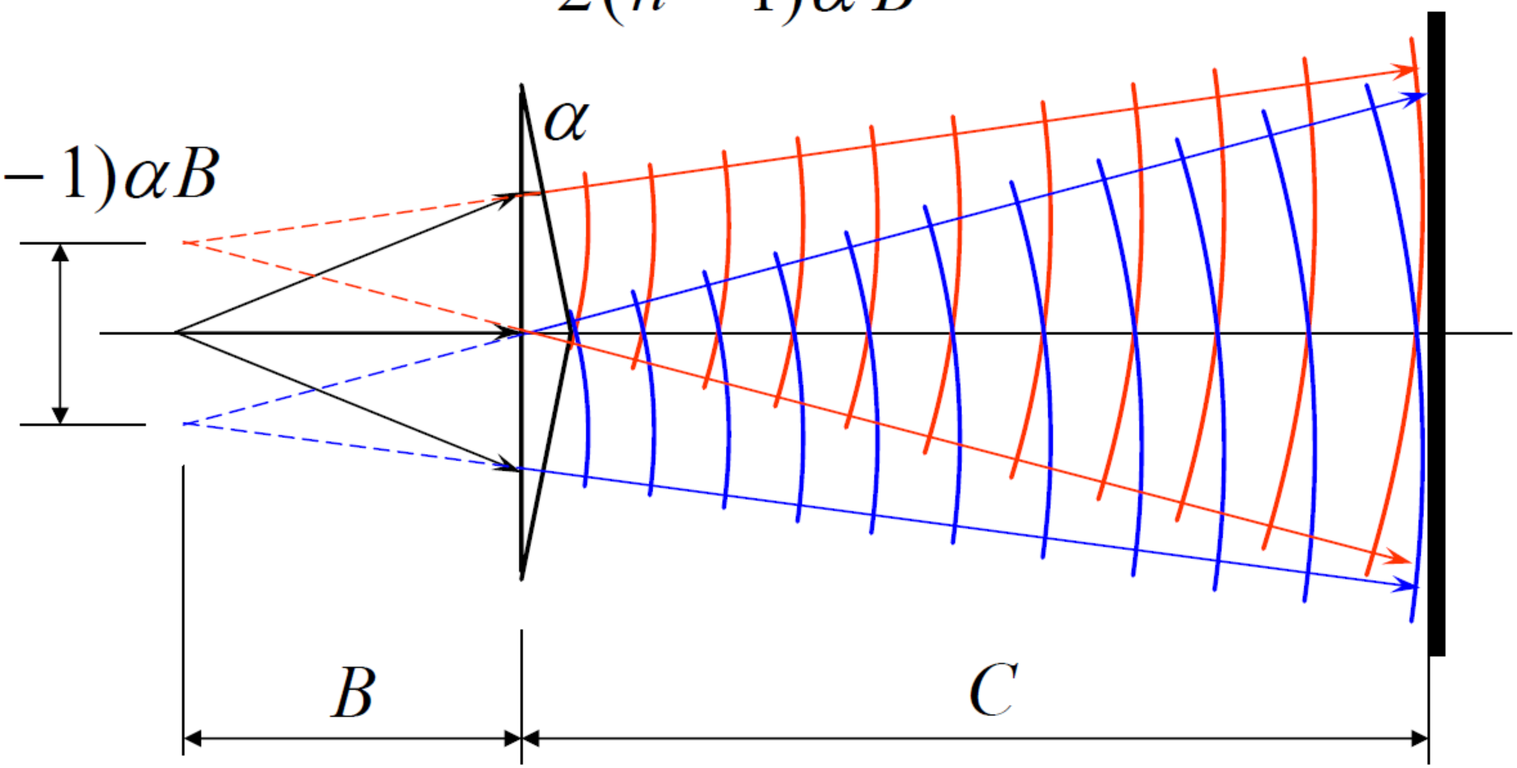


$$\Delta x = \frac{(B + C)}{2\alpha B}\lambda$$

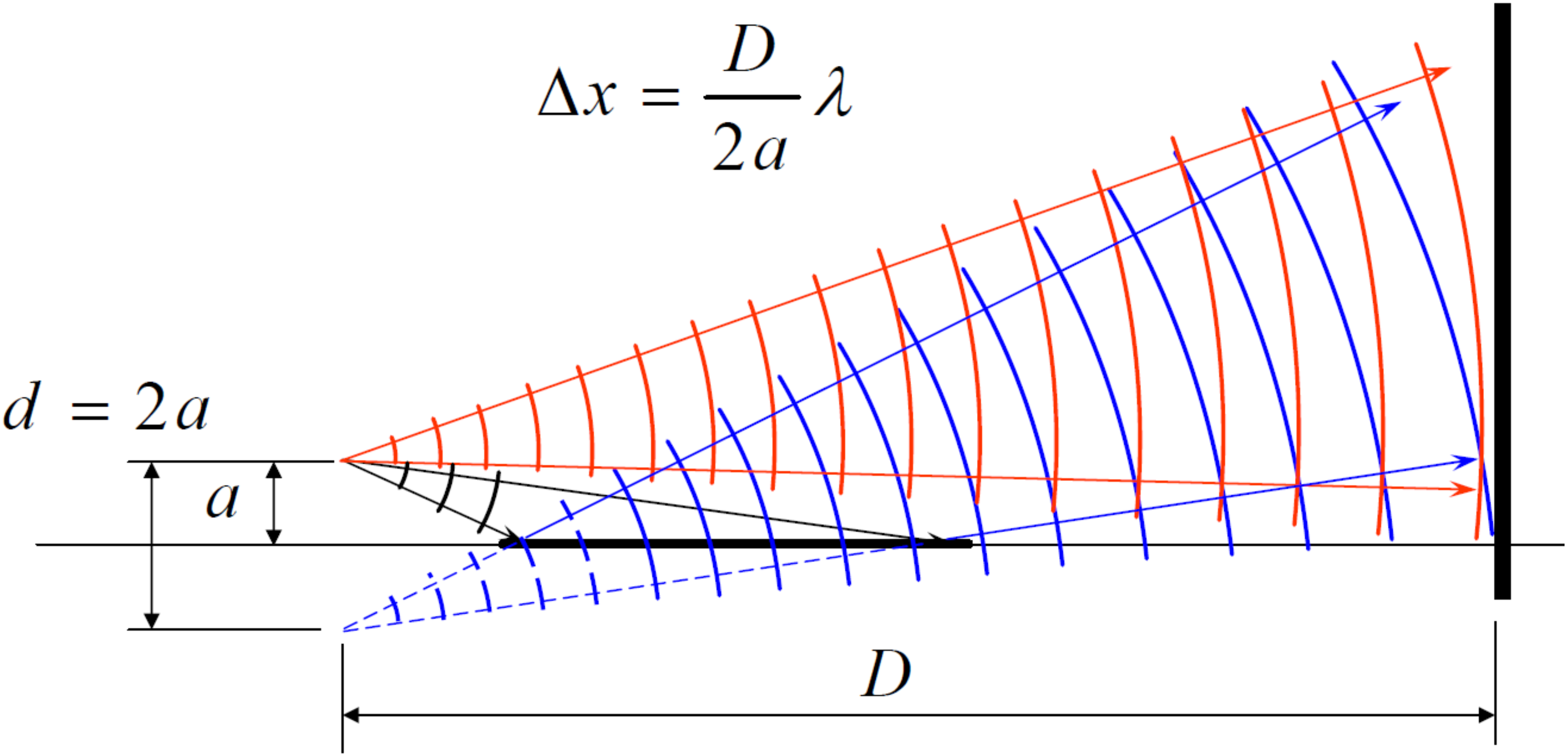
间距：菲涅耳双棱镜

$$\Delta x = \frac{(B+C)}{2(n-1)\alpha B}\lambda$$

$$d = 2(n-1)\alpha B$$



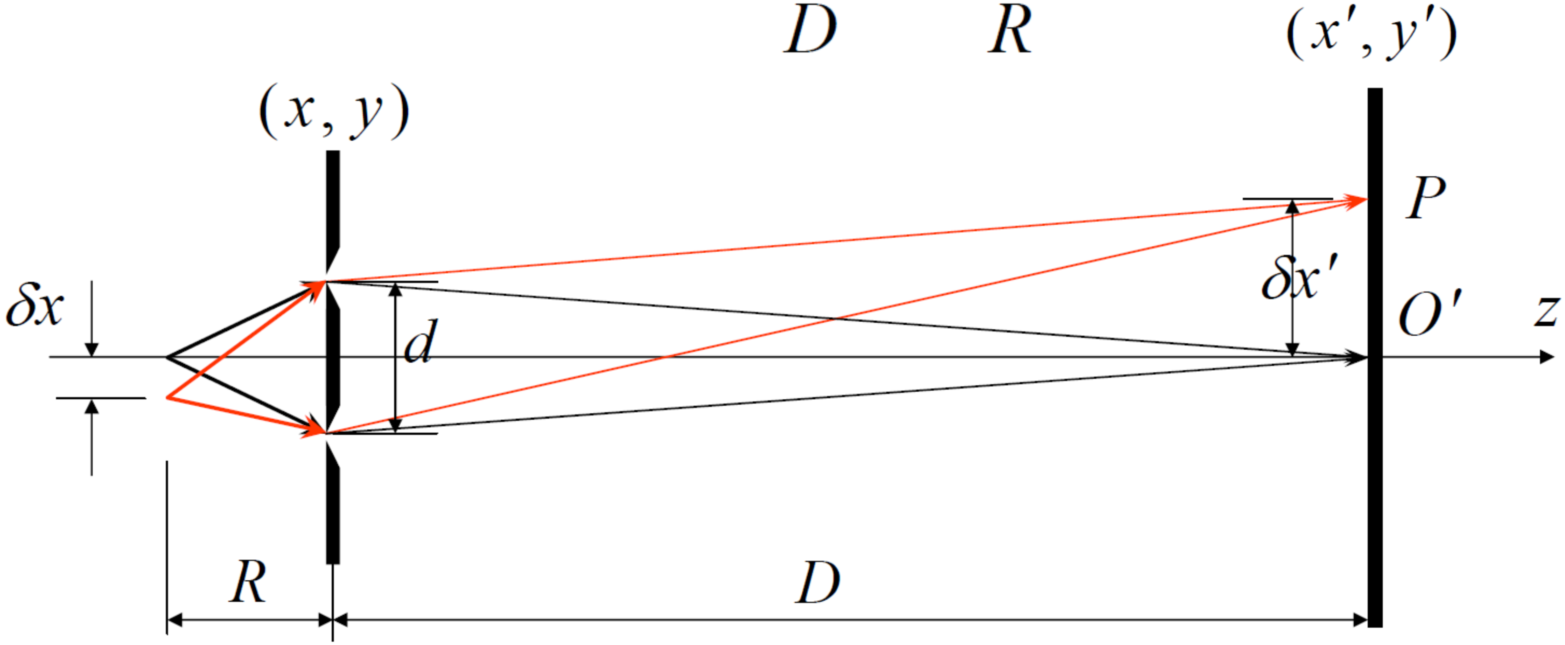
间距：洛埃（H.Lloyd）镜



3.干涉条纹的移动

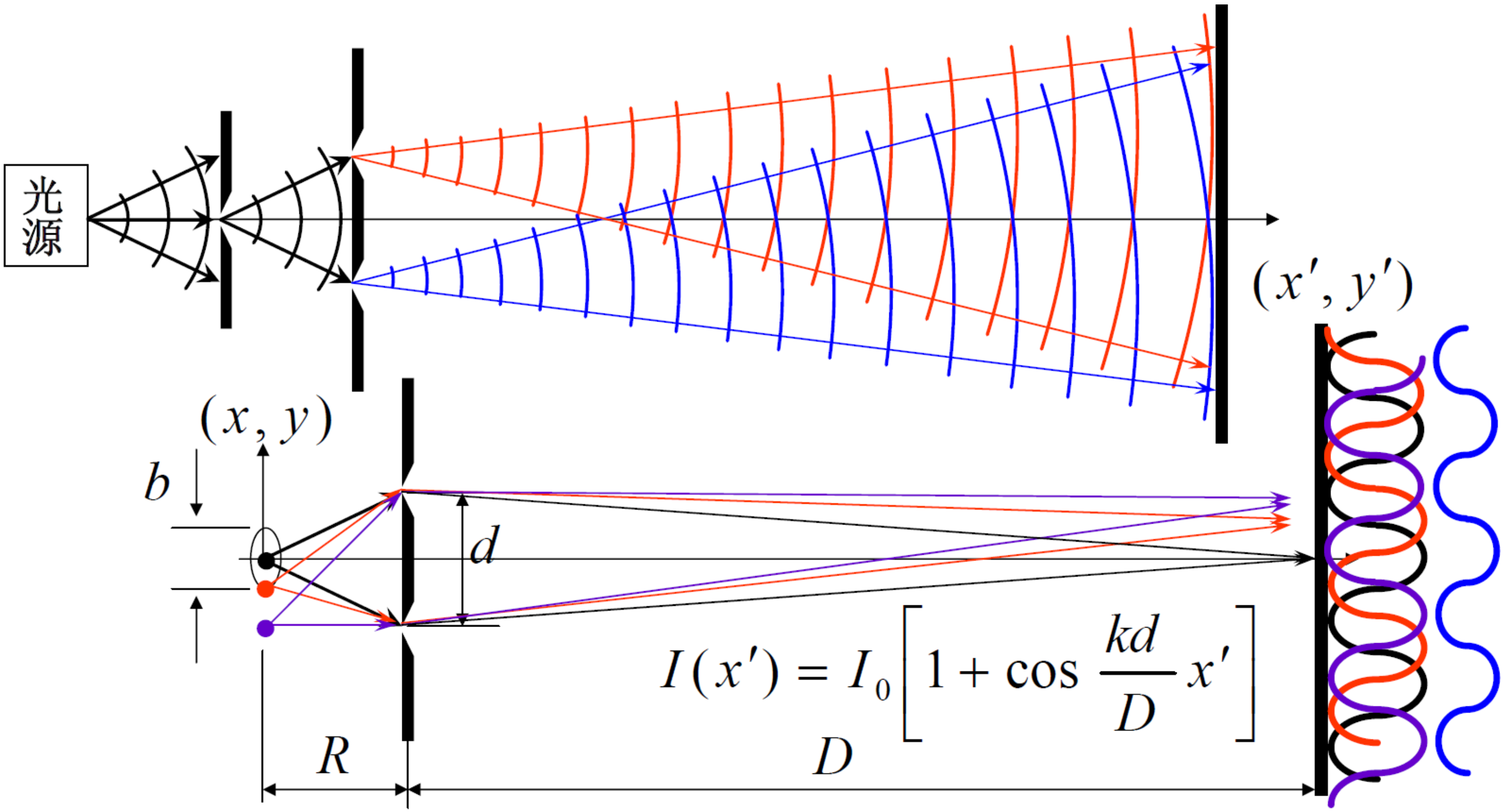
移过P点的条纹数目： $\delta(\Delta L) = N\lambda$

相位： $\delta = \dfrac{\delta x'}{D} = \dfrac{\delta x}{R}$



中心条纹移动距离： $\delta x' = \dfrac{D}{R}\delta x$

4. 光源宽度对干涉条纹反衬度的影响



$$I(x') = I_0\left[1 + \cos\frac{kd}{D}x'\right]$$

$$I(x') = I_0 \int_{-b/2}^{b/2} \left[1 + \cos \frac{kd}{D} \left(x' - \frac{D}{R} x \right) \right] dx$$

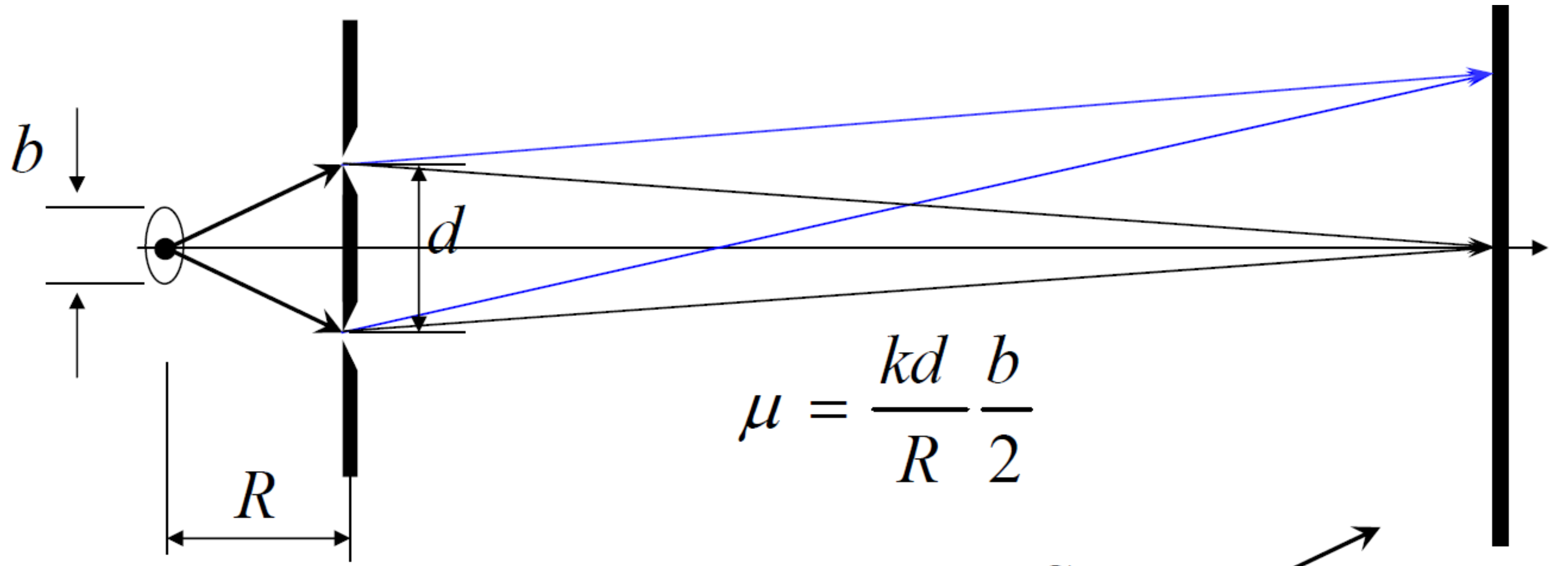
$$= I_0 b \left[1 + \frac{\sin \mu}{\mu} \cos \frac{kd}{D} x' \right]$$ 其中：$\mu = \frac{kd}{R} \frac{b}{2}$

$$I_M = I_0 b \left[1 + \left| \frac{\sin \mu}{\mu} \right| \right] \qquad I_m = I_0 b \left[1 - \left| \frac{\sin \mu}{\mu} \right| \right]$$

条纹可见度：$\gamma = \left| \frac{\sin \mu}{\mu} \right|$

γ 的第一极小出现在 $\mu = \pi$ 处，对应的光源宽度为 $b = R\lambda / d$ ，定义为光源的极限宽度。此时，$\gamma = 0$ 。

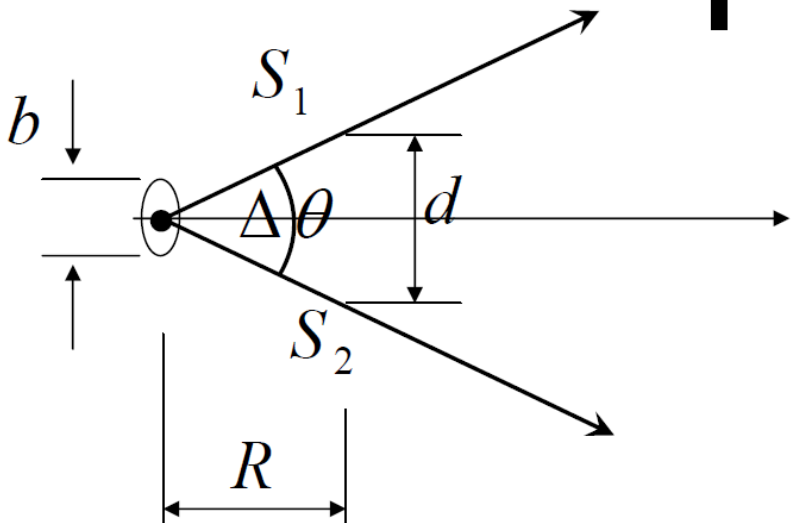
5. 光场的空间相干性（Spatial Coherence）



$$\mu = \frac{kd}{R}\frac{b}{2}$$

相干场的横向线度： $d \cong \dfrac{R\lambda}{b}$

相应的角宽度： $\Delta\theta \cong \dfrac{d}{R} = \dfrac{\lambda}{b}$



空间相干性的反比公式：

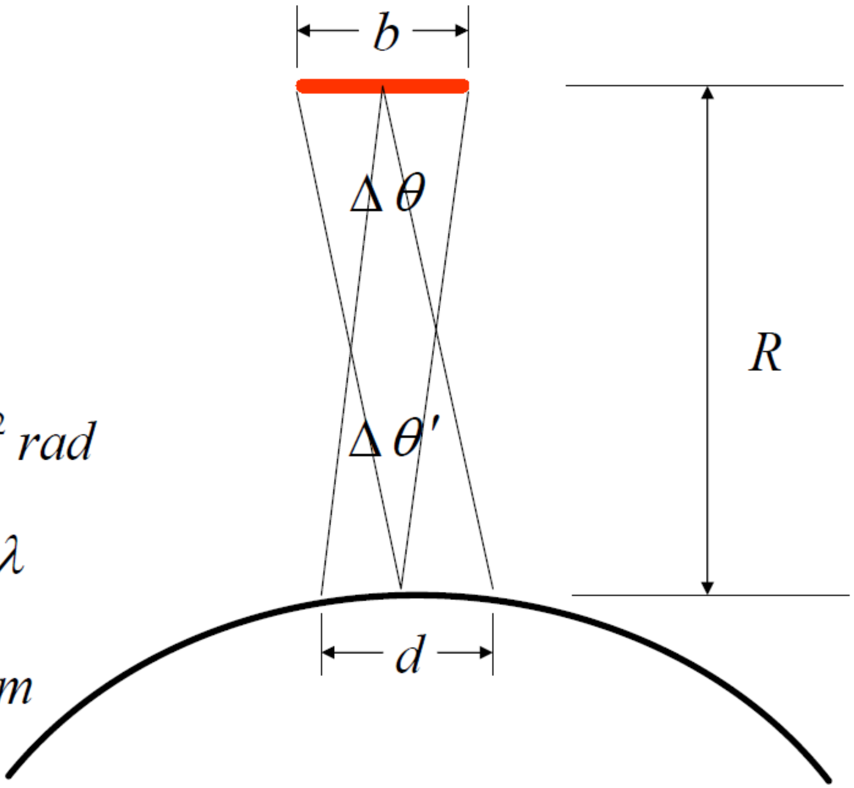
$\Delta\theta \times b \sim \lambda$

即相干场对光源的角宽度反比于光源的宽度，二者的乘积与波长相当。

例

估算太阳光照射在地面上相干范围的线度。已知太阳的视角为10^{-2}rad，可取λ=0.55μm。

$$\frac{db}{R} \cong \lambda$$



相干孔径角：

$$b\Delta\theta \approx \lambda$$

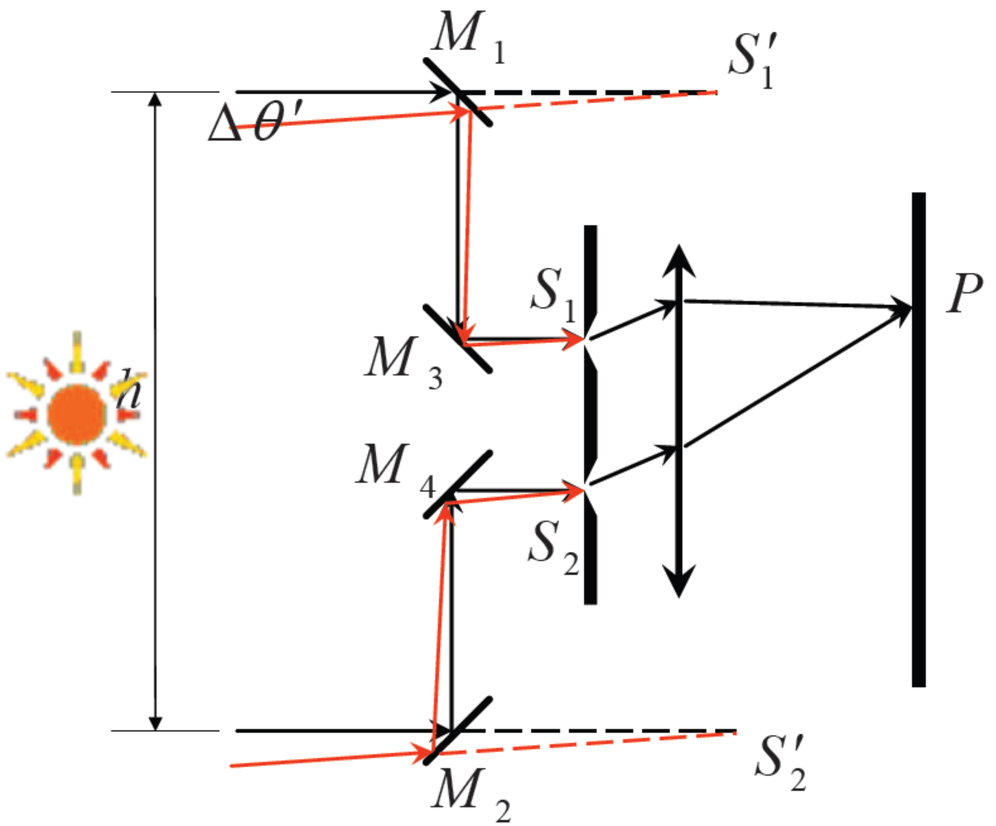
利用：$\Delta\theta' = \dfrac{b}{R} = 10^{-2}\,rad$

$$b\Delta\theta = d\Delta\theta' \cong \lambda$$

得：$d \cong \dfrac{\lambda}{\Delta\theta'} = 55\,\mu m$

例

迈克尔逊干涉测星仪测量恒星的角直径。当两镜距离达到121吋时，一颗橙色星的干涉条纹消失，求该恒星的角直径。



$$\lambda = 570\ nm$$

$$h = 121\text{吋} = 3.07\,m$$

$$\Delta\theta' = \frac{b}{R} \approx \frac{\lambda}{h}$$

$$= 2\times10^{-8}\,rad$$

$$= 0.05''$$

作业：P282， 2, 4, 5, 6, 7