第一章 原子的核式结构

Rutherford模型

§1.1 物质的原子观

- 一、古代关于物质结构的观点
- 二、近代原子观的建立
- 三、原子的质量和体积

二、近代原子观的建立

- 起始于对物质化学性质的研究
- 1806年，Proust（法）：化合物的分子定组成定律。
- 1807年，Dalton（英）：倍比定律，最先提出原子论。
- 1808年，Gay-Lussac（法）：化合体积定律。
- 1811年，Avogadro（意）： Avogadro定律。
- 1826年，Brown（英）：Brown运动。
- 1833年，Faraday（英）：电解定律。
- 1869年，Менделеев（俄）：元素周期律。
- 从化学上提出了单个原子的存在。

三、原子的质量和体积

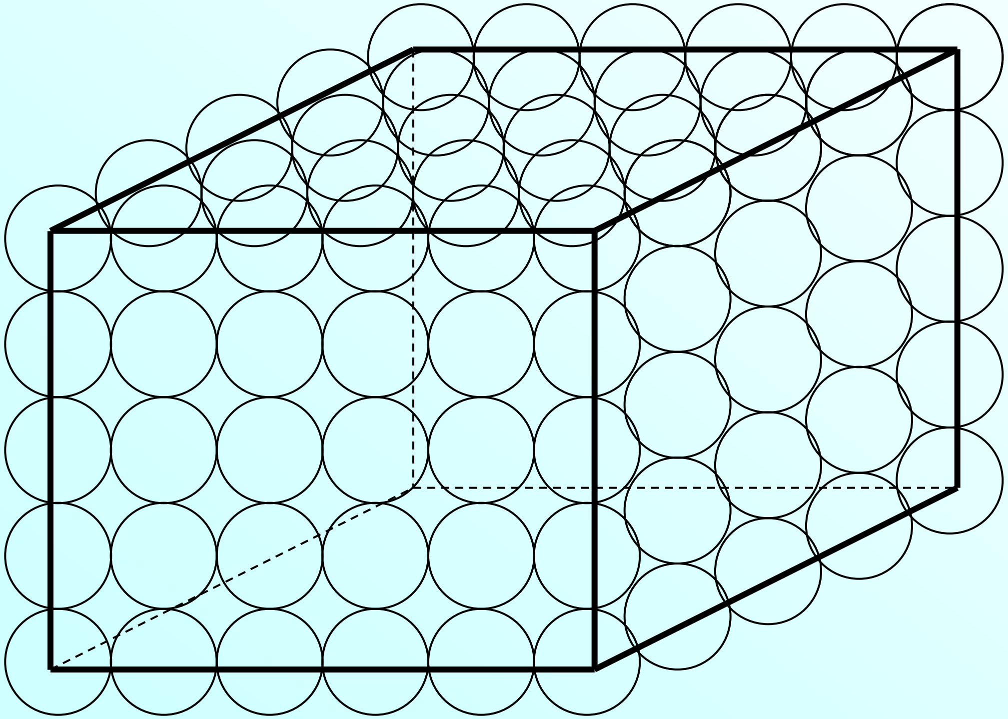
♣1、原子的质量

- 可以由原子量和由Avogadro定律计算
- Avogadro常数N_A=6.022・10^{23} /mol是1mol的原子数量
- 原子量A：1mol的原子的质量

$$M = \frac{A}{N_A}$$

♣2、原子的体积

- （1）可以由密排晶体计算



$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{A/N_A}{4\pi r^3/3}$$

$$r \sim \sqrt[3]{\frac{A}{\rho N_A}}$$

$$\sim 10^{-10}m = 1\mathring{A}$$

- （2）可以由气体分子运动论算出

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}N\pi r^2}$$

平均自由程　单位体积原子数　原子半径

- （3）由von de Waals定律算出

$$(p+\frac{a}{V})(V-b)=RT$$

- 其中 $b=4V_a$

V_a 原子体积

§1.2 原子的结构

★一、电子的发现

- 1897年，剑桥大学，卡文迪许实验室，J.J.Thomson
- 发现真空放电管中阴极射线在电场、磁场中的偏转

Sir Joseph Thomon
1856-1940
1897年发现电子

- 测出了阴极射线的荷质比:e/m_e
- 注意到（e/m_e）>100（e_H/e_H）
- 阴极射线不是离子束，而是电子束。

- 1910年，Millikan油滴实验测出单个电子的电荷

$$e = 4.803242(14) \times 10^{-10} esu$$
$$= 1.6021892(46) \times 10^{-19} c$$

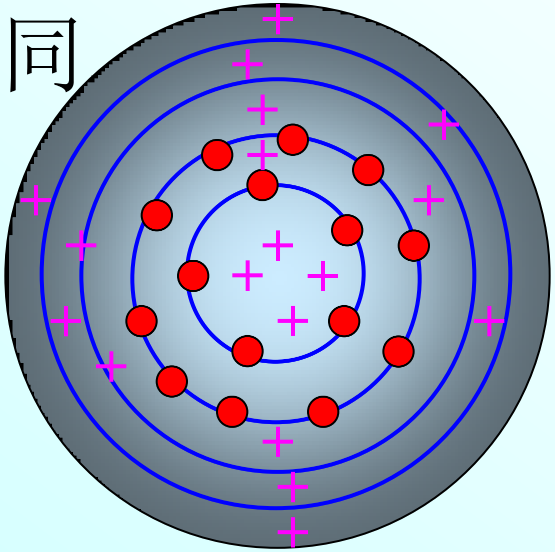
- 由此，计算出电子的质量

$$m_p / m_e = 1836.15152(70)$$
$$m_p = 1.6726231(10) \times 10^{-24} g$$
$$m_e = 9.109534(47) \times 10^{-28} g$$

Robert Andrews Millikan
1868～1953
1910年测量了单个电子的电荷
1916年发表了光电效应实验结果

二、Thomson的原子模型

- 葡萄干布丁模型，或西瓜模型
- 原子为一胶状球体
- 正电荷均匀分布其中
- 电子分布于其中一系列环上，处于平衡位置，电子数目不同环半径不同
- 电子震动导致发光.

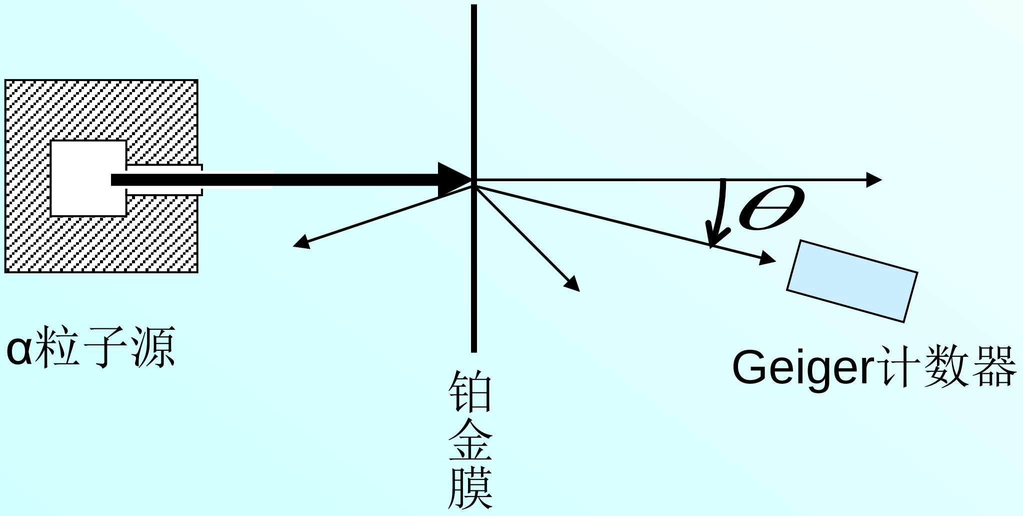


☺Thomson模型的失败:

- 在1903年，Lenard发现电子很容易穿透原子,原子好像是空的.
- 1909年，Geiger和Marsden发现，用α粒子轰击原子时，有1/8000的几率被反射(即散射角大于90度).

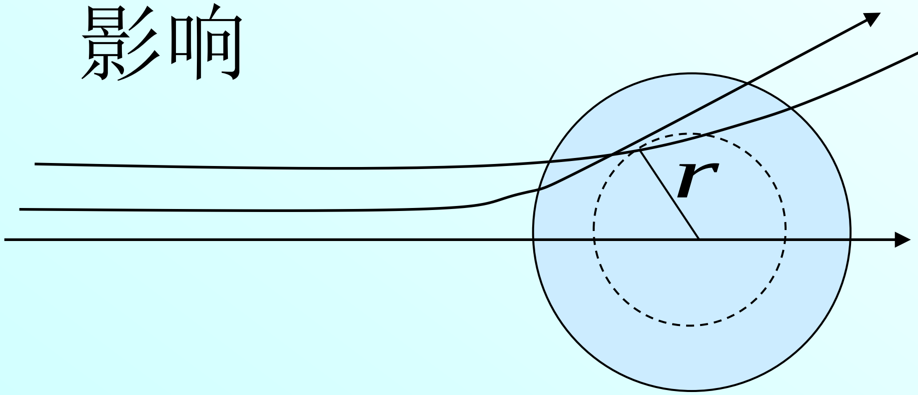
♣Thomson模型受到挑战.

Geiger，Marsden实验装置



★Thomson模型不成立的原因分析:

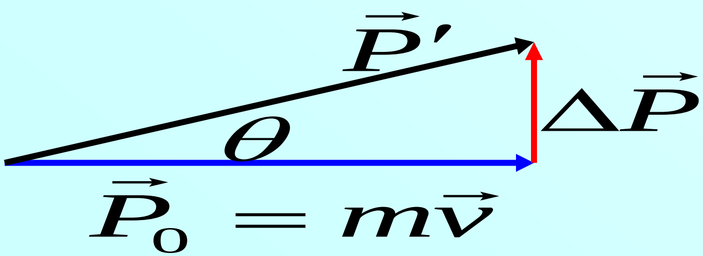
- 电子的质量很小，对α粒子运动的影响可以忽略
- 只考虑原子中均匀分布的正电荷对α粒子的影响



$$F_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2 r}{R^3}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{R^2}$$

$$\Delta P = F\Delta t = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{R^2}\frac{2R}{v}$$



$$\theta = \frac{\Delta P}{P_0}$$

$$\theta = \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{R^2}\frac{2R}{v}\frac{1}{mv}$$

$$= \frac{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Z}{R}}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Z}{R}}{E_\alpha} \overset{R\sim 1\mathring{A}}{=} 3\times10^{-5}\frac{Z}{E_\alpha}$$

对Au，Z=79，取E_α=5MeV $\theta < 10^{-3}$

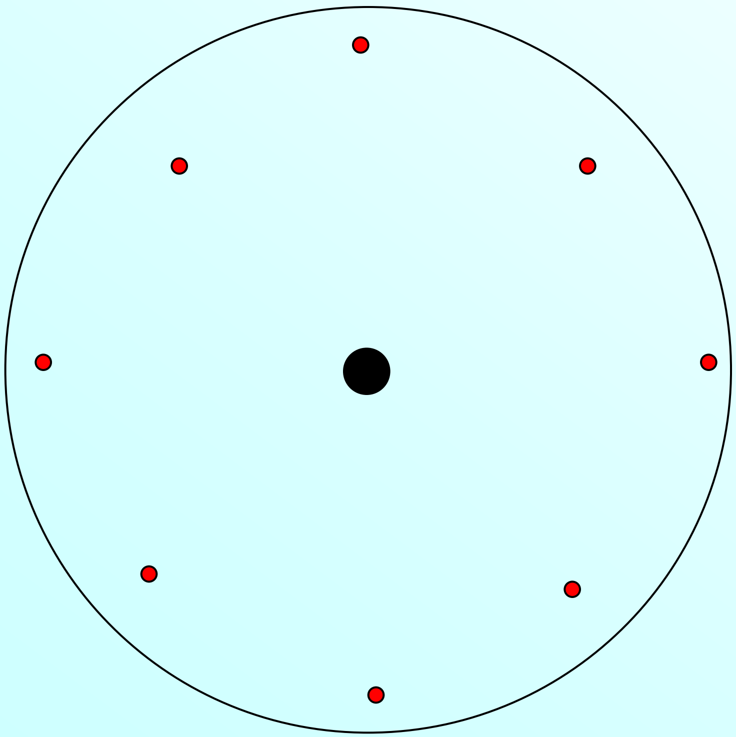
若要产生大角度散射，必须经过多次碰撞，其几率极小。

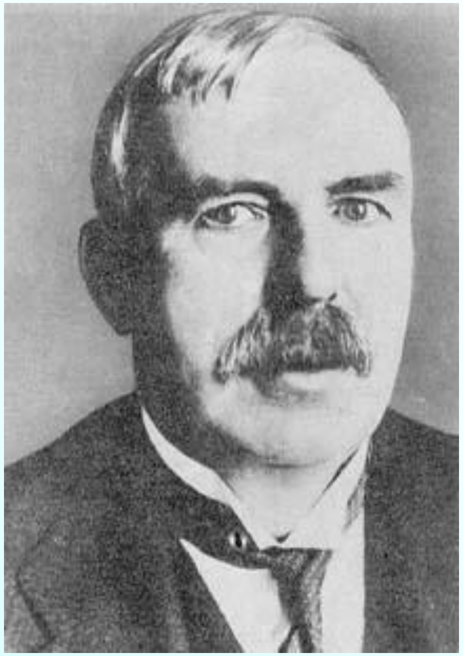
理论上，$\theta = \frac{\pi}{2}$的几率为10^{-3500} 而实验上却不小于1/8000

Thomson模型是不正确的！

三、Rutherford模型

- 原子为核式结构，正电荷集中于原子中心，仅仅占原子体积的1/10000，电子分布于核外。

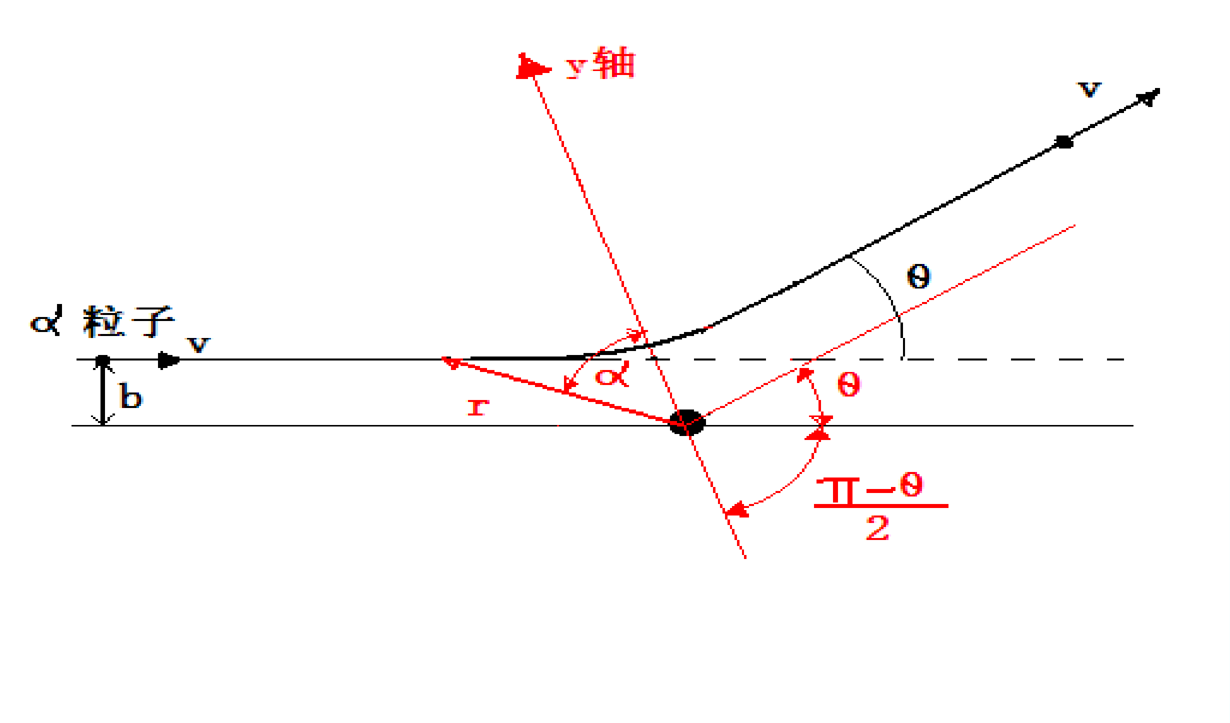




Ernest Rutherford
1871~1937
1911年建立原子的核式模型

四、Rutherford散射公式

1、库仑散射公式:



♣有心力作用下，角动量守恒:

$$mv_0 b = mr^2 \dot{\alpha}$$

♣在y方向动量的改变:

$$2mv_0 \cos\frac{\pi-\theta}{2} = \int_0^{\infty} F\cos\alpha dt$$

♣上两式两端相乘，注意到角动量是守恒量,可放入积分号内.

$$2mv_0^2 b\sin\frac{\theta}{2} = \int_0^{\infty} Fr^2 \cos\alpha\dot{\alpha}dt$$

$$= \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} Fr^2 \cos\alpha d\alpha = \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\cos\alpha d\alpha$$

$$= \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0} 2\cos\frac{\theta}{2}$$

$$ctg\frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{zZe^2} mv_0^2 b$$ ★库仑散射公式

$$ctg\frac{\theta}{2}=\frac{4\pi\varepsilon_0}{zZe^2}mv_0^2b \qquad (\bigstar)$$

♣令:

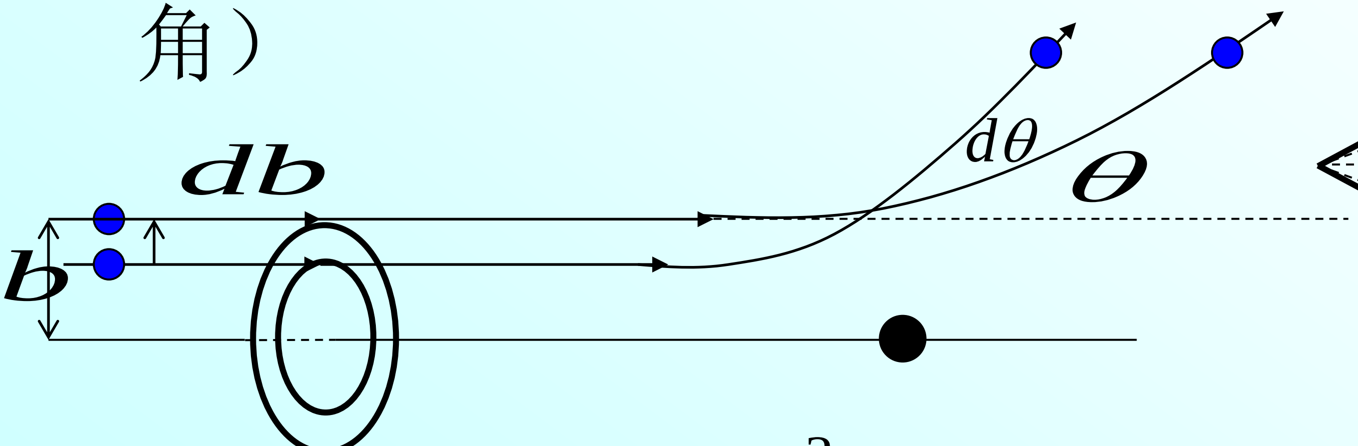
$$a=\frac{2zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\frac{1}{2}mv_0^2}=\frac{2zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{E_\alpha} \qquad a:\text{库仑因子}$$

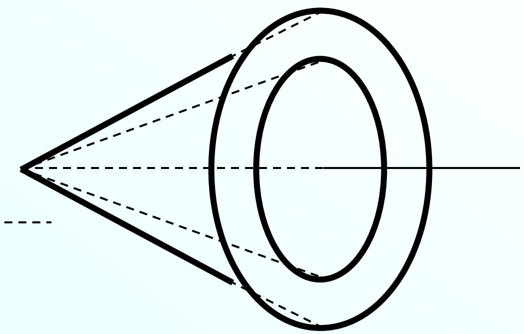
♣代入(★)式,经变化可得:

$$b=\frac{a}{2}ctg\frac{\theta}{2} \qquad b:\text{又称碰撞参数}$$

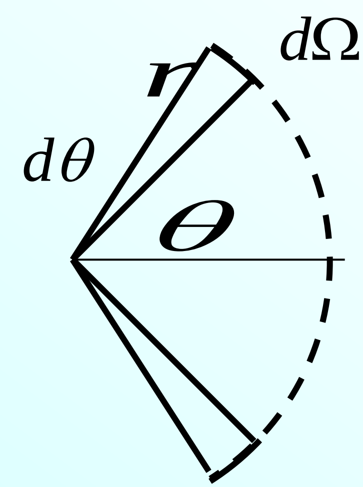
2、Rutherford散射公式

- 瞄准距离在b和b-db间的入射α粒子，都被散射到θ与θ+dθ间的立体角内（空心圆锥立体角）





$$d\Omega = 2\pi r\sin\theta r d\theta / r^2 = 2\pi \sin\theta d\theta$$
$$= 4\pi \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} d\theta$$



♣求瞄准圆环面积$d\sigma = 2\pi b db$

♣由 $b=\frac{a}{2}ctg\frac{\theta}{2}$ 微分可得

♣将上两式及α的表达式代入下式,可得:

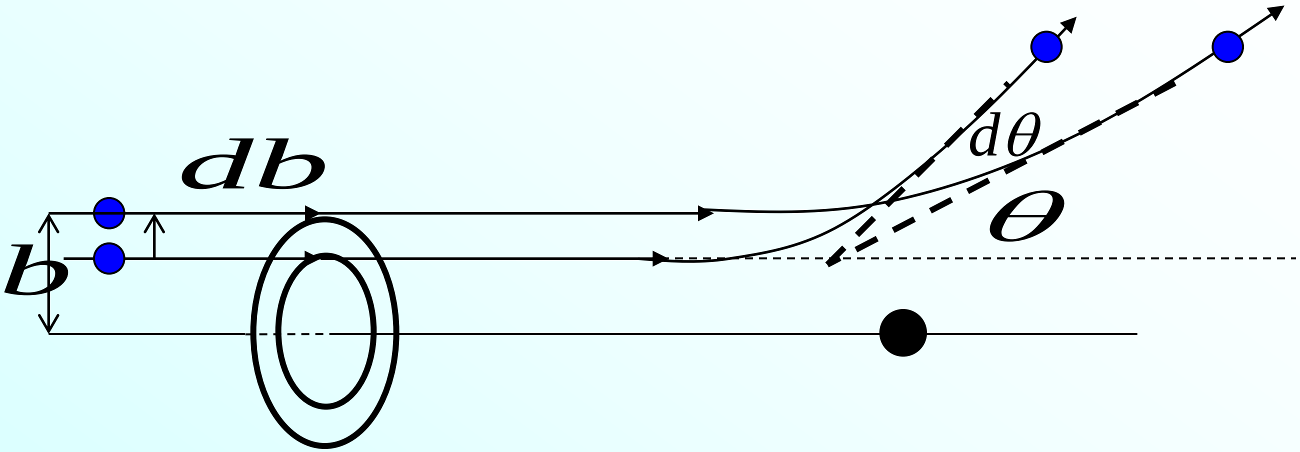
$$d\sigma=2\pi b\,db=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\pi\left(\frac{2Ze^2}{mv_0^2}\right)^2\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta$$

♣再将

代入上式,可得:

$$d\sigma=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{Ze^2}{mv_0^2}\right)^2\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

★Rutherford散射公式

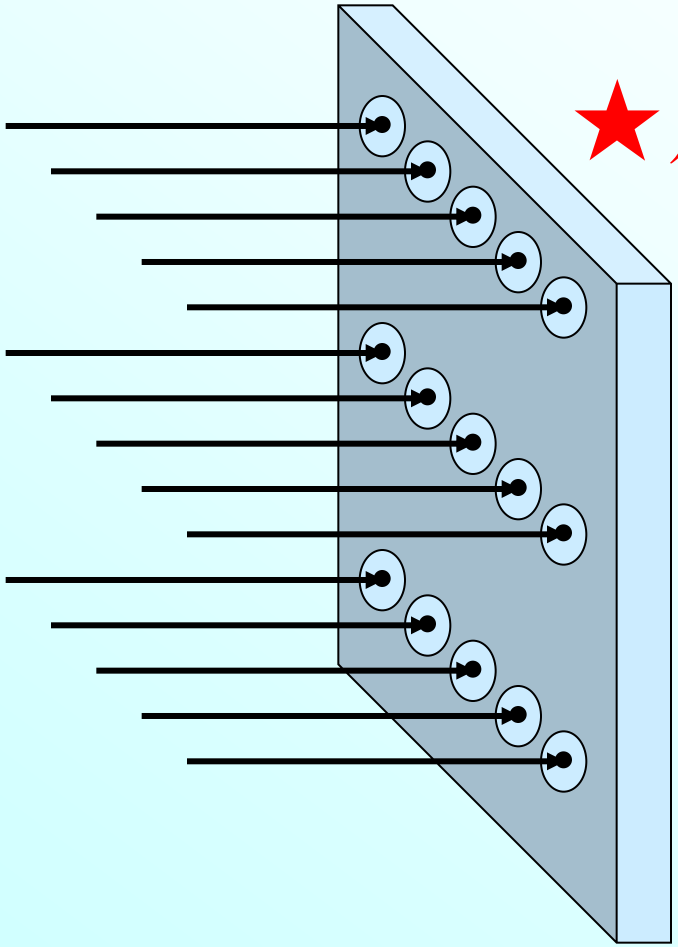


♣瞄向dσ的α粒子都被散射到dΩ立体角内

♣而dσ就是一个原子核周围的圆环的面积,也可以讲是瞄准面积.

♣在入射的α粒子密度N不变的情况下，dσ越大，被散射到dΩ立体角内的α粒子越多，即每一个α粒子被散射到dΩ立体角内几率越大。

♣dσ被称为有效散射截面，或微分截面。



★卢瑟福散射公式的实验验证:

♣铂金箔，面积为A，厚度为t，原子数密度为N

♣箔上总原子数为 $N' = NAt$

♣箔上总微分截面为 $N'd\sigma = NAtd\sigma$

♣n个α粒子射到面积为A的箔上，其中dn个入射到*N'*dσ中，从而被散射到dΩ立体角内,则显然有:

$$\frac{dn}{n} = \frac{N'd\sigma}{A} = Ntd\sigma$$

♣被散射到dΩ立体角内的α粒子数为

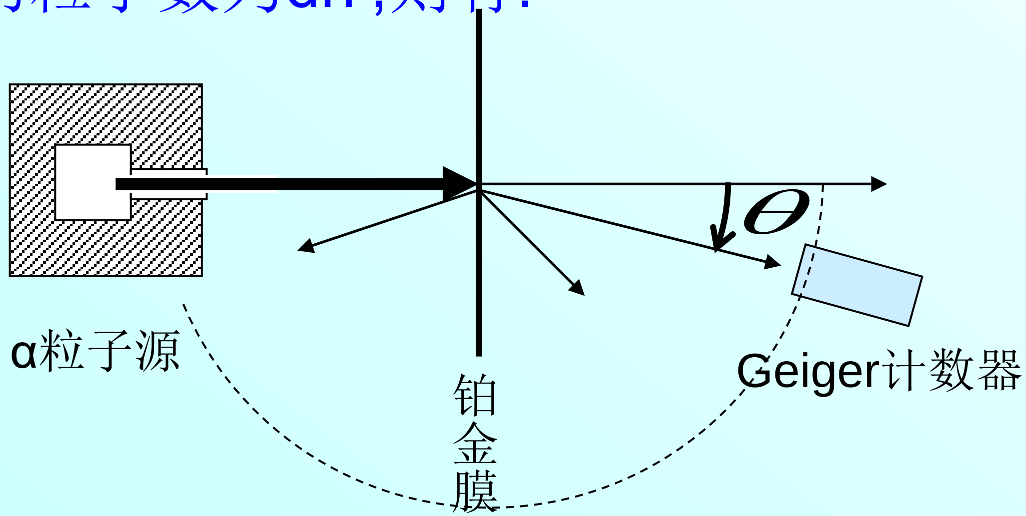
$$dn = nNtd\sigma$$

$$dn = nNtd\sigma$$

♣将Rutherford散射公式 $d\sigma = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Ze^2}{mv_0^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$ 代入上式可得

$$\frac{dn}{d\Omega}\sin^4\frac{\theta}{2} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 Nnt\left(\frac{Ze^2}{mv_0^2}\right)^2 = const. \qquad (\bigstar)$$

♣实验中，探测器对散射粒子所张的立体角dΩ'是常数,设入射dΩ'的粒子数为dn',则有:



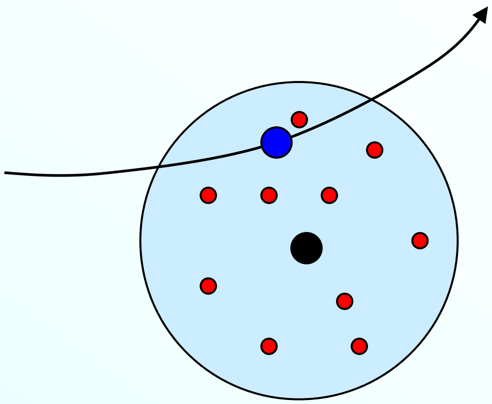
♣将(★)式代入上式,即得:

$$dn'\sin^4\frac{\theta}{2} = Const.$$

θ(deg)	dn'	$1/\sin^4(\theta/2)$	$dn'\sin^4(\theta/2)$
150	33.1	1.15	28.8
135	43.0	1.38	31.2
120	51.9	1.79	29.0
105	69.5	2.53	27.5
75	211	7.25	29.1
60	477	16.0	29.8
45	1435	46.6	30.8
34.5	3300	93.7	35.3
30	7800	223	35.0
22.5	27300	690	39.6
15	132000	3445	38.4

关于小角散射的问题

- 表中小角处的散射数值有较大的偏离
- 原因：小角散射对应于较大的瞄准距离b；此时入射的粒子距核较远，在粒子与核之间有电子，而电子所带的电荷对核的电场有屏蔽作用，即粒子所感受到的有效电场要小。
- Rutherford散射公式中的核电荷数Z应当以有效核电荷数代替。



五、原子核大小的估算

- 如果α粒子可以到达的与核的最小距离为r_m
- 由能量守恒及角动量守恒可得两个方程:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_m} \\ mv_0 b = mv' r_m \end{cases}$$

♣两个方程可解出两个未知数v’和r_m.

♣经计算可得r_m为:

$$r_m = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_m}\frac{1}{mv_0^2}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)$$

$$r_m \sim a \sim 10^{-14} m$$

六、Rutherford公式的意义

- 1、提供了一种分析物质结构的方法
- 2、提供了一种材料分析的手段